

PROYECTO DE FIN DE CARRERA

Scheduling de supervisión
en sectores regulados:
programación lineal entera,
optimización cuántica y
equidad distributiva

Presentado por el alumno

Bernardo Palma

Para optar al **Título de Magister en
Investigación Aplicada a la Ingeniería**

Bajo la supervisión de los profesores

Laura Gatti

Rafael Sotelo

Montevideo, Junio de 2026



Universidad de Montevideo

Facultad de Ingeniería

**Scheduling de supervisión en sectores
regulados: programación lineal entera,
optimización cuántica y equidad
distributiva**

Aplicación a Integración AFAP, 2015–2024

por

Bernardo Palma

Trabajo final de carrera presentado para optar al título de
Maestría en Investigación Aplicada en Ingeniería

Tutores: Dr. Rafael Sotelo — Dra. Laura Gatti

Montevideo, Uruguay, 2026

Descargo de responsabilidad:

El/Los autor/autores de este trabajo final de carrera declara(n) que es/son el/los único(s) responsable(s) de su contenido, y en particular de las opiniones expresadas en él, las que no necesariamente son compartidas por la Universidad de Montevideo; asimismo, declara(n) que no se infringe ningún derecho de terceros, ya sea de propiedad intelectual, industrial o cualquier otro. En consecuencia, es/son el/los único(s) responsable(s) y de manera exclusiva puede(n) asumir eventuales reclamaciones de terceros (personas físicas o jurídicas) que refieran a la autoría de la obra y a otros aspectos vinculados a ésta, incluido el reclamo por plagio.

1 Agradecimientos

A Laura y Rafael por todas las oportunidades que me brindaron, por su acompañamiento y crítica constructiva que transformaron este proyecto en una obra realizable. Les estaré siempre agradecido.

A mi familia por su apoyo incondicional, comprensión en los momentos de ausencia y por celebrar conmigo cada pequeño avance. Sin su contención silenciosa, sus palabras justas y el respeto por mis largas horas de estudio, este logro habría sido imposible.

Índice general

1. Agradecimientos	ii
2. Introducción	1
2.1. Contexto y motivación del problema	1
2.2. Marco teórico y brechas de investigación	2
2.3. Estructura formal del problema y complejidad computacional	4
2.4. Enfoque metodológico y diseño comparativo	5
2.5. Resultados principales	7
2.6. Contribuciones de la investigación	8
2.7. Limitaciones del estudio	9
2.8. Organización del documento	9
3. Marco Teórico	11
3.1. Nurse Scheduling Problem, Origen y Características	11
3.1.1. Fundamentos de la Investigación de Operaciones	11
3.1.2. El NSP como problema de optimización combinatoria NP-hard	12
3.1.3. Naturaleza socio-técnica del NSP	13
3.1.4. Métricas de equidad distributiva en scheduling	13
3.1.5. Tipología de restricciones en programación de personal	15
3.2. Enfoques de Solución — Heurísticas y Metaheurísticas	16
3.2.1. Racionalidad limitada: el fundamento epistemológico de las heurísticas	16
3.2.2. Heurísticas constructivas y de mejora local	17
3.2.3. Metaheurísticas: marcos de búsqueda de alto nivel	18
4. Estado del Arte: Evolución del Nurse Scheduling Problem y Fronteras Actuales	21
4.1. Introducción	21
4.2. Evolución histórica del NSP: de las formulaciones pioneras a los métodos híbridos (1970-2000)	21
4.3. Avances metodológicos recientes: optimización híbrida e inteligencia artificial (2000-2020)	24
4.4. La frontera cuántica: QUBO y optimización cuántica como nuevo paradigma (2015-2024)	26
4.5. Variantes geográficas y sectoriales del scheduling de personal	29

4.6.	Tendencias actuales: personalización, equidad y sistemas explicables	32
4.7.	Scheduling en contextos regulados: imperativo de gobernanza . . .	33
4.8.	Gaps identificados en la literatura actual	34
4.9.	Posicionamiento y contribución del problema de investigación . . .	35
4.10.	Síntesis y transición a formulación del problema	37
5.	Formulación Matemática	38
5.1.	Del Modelo Clásico al Problema de Supervisión de Asesores . . .	38
5.2.	Simplificación del Modelo: Notación Bidimensional	40
5.3.	Estructura de Asignación: Visitas de Duración Variable	40
5.4.	Conjuntos y Parámetros	41
5.5.	Variable de Decisión	41
5.6.	Función Objetivo: Minimización del Índice de Gini	42
5.7.	Restricciones	43
5.8.	Factibilidad del modelo	47
5.9.	Formulación Compacta del Modelo	47
5.10.	Análisis de Escala del Modelo	48
5.11.	Ejemplo Ilustrativo: Solución Factible sobre Instancia Reducida .	50
5.12.	Toy Model	51
5.12.1.	Motivación	51
5.12.2.	Definición Formal	51
5.12.3.	Comparación: Modelo Completo vs. Toy Model	52
5.12.4.	Rol del Toy Model en la Validación	52
5.13.	Síntesis del Capítulo	52
6.	Metodología	54
6.1.	Introducción	54
6.2.	Conjunto de datos históricos	54
6.3.	Preprocesamiento y validación de datos	56
6.4.	Análisis exploratorio: hallazgos relevantes para la modelización . .	59
6.5.	Implementación de enfoques computacionales	61
6.6.	Diseño experimental y protocolo de evaluación	74
6.7.	Validación retrospectiva contra línea base histórica	76
6.8.	Infraestructura técnica y reproducibilidad	79
6.9.	Limitaciones metodológicas	80
6.10.	Síntesis metodológica	82
7.	Resultados	84
7.1.	Introducción y estructura del capítulo	84
7.2.	Resultados del modelo ILP en instancias reales (2015–2024) . . .	84

7.2.1.	Evolución del tamaño del modelo y complejidad computacional	84
7.2.2.	Optimalidad y función objetivo	86
7.2.3.	Tiempos de cómputo y viabilidad operativa	88
7.3.	Comparación con la planificación empírica histórica	89
7.3.1.	Incumplimientos de restricciones en la planificación empírica	89
7.3.2.	Distribución de visitas: mínimos y máximos por asesor y año	92
7.4.	Evolución del coeficiente de Gini: equidad histórica vs. óptima . .	93
7.5.	Resultados de los enfoques QUBO Gurobi y Simulated Annealing	96
7.5.1.	Brecha de optimalidad ILP–QUBO por año	97
7.5.2.	Factibilidad y tiempos QUBO-Gurobi	99
7.6.	Comparación global de desempeño entre enfoques	101
7.6.1.	Síntesis comparativa multidimensional	101
7.7.	Resultados con QCI Dirac-1	102
7.7.1.	Configuración del experimento y toy model	102
7.7.2.	Resultados obtenidos	103
7.7.3.	Interpretación y alcance del experimento	104
7.8.	Síntesis del capítulo	105
8.	Discusión	107
8.1.	Introducción del capítulo	107
8.2.	El modelo ILP como mecanismo de formalización institucional . .	108
8.2.1.	Eficiencia computacional frente a complejidad estructural .	108
8.2.2.	Equidad distributiva y el índice de Gini como función objetivo	109
8.2.3.	Formalización de reglas tácitas y su impacto sobre la facti- bilidad	110
8.3.	Limitaciones y falencias del enfoque QUBO-SA	111
8.3.1.	Dificultades estructurales de la reformulación cuadrática .	111
8.3.2.	Convergencia del Simulated Annealing y sus garantías teóricas	112
8.3.3.	Perspectiva comparada con la literatura de scheduling . . .	112
8.4.	Computación cuántica: preparación tecnológica y horizontes reales	113
8.4.1.	Technology Readiness Level del hardware cuántico para scheduling	113
8.4.2.	La brecha entre computación cuántica y problemas indus- triales	115
8.5.	La correlación supervisión–desempeño: implicancias para la función objetivo	115
8.6.	La tasa de no-ejecución como reflejo de incertidumbre estructural	116
8.7.	Heterogeneidad geográfica como restricción discreta: más allá del NSP clásico	117

8.8.	Dimensión socio-técnica: adopción organizacional y resistencia al cambio	118
8.8.1.	El conocimiento tácito como activo y como limitación . . .	118
8.8.2.	Transparencia algorítmica y percepción de equidad	119
8.8.3.	El modelo como catalizador de revisión institucional	119
8.9.	Análisis de sensibilidad y robustez del modelo	120
8.10.	Comparación con la literatura y posicionamiento de la contribución	121
8.10.1.	Relación con el NSP y la planificación de personal de campo	121
8.10.2.	QUBO y scheduling: estado del arte y perspectivas	122
8.11.	Limitaciones del estudio: un análisis crítico extendido	122
8.12.	Líneas de trabajo futuro: una agenda de investigación	123
8.13.	Síntesis del capítulo	124
9.	Conclusiones	126
9.1.	Síntesis de la investigación	126
9.2.	Conclusiones por pregunta de investigación	126
9.2.1.	¿Es posible construir calendarios de supervisión que sean simultáneamente factibles, equitativos y computacionalmente manejables?	127
9.2.2.	¿Qué paradigma computacional es más adecuado para este problema?	127
9.2.3.	¿Puede la optimización matemática transformar procesos de planificación informal en sistemas auditables y equitativos?	128
9.3.	Contribuciones de la investigación	129
9.3.1.	Contribuciones a la teoría de la optimización	129
9.3.2.	Contribuciones a la práctica organizacional	130
9.3.3.	Contribuciones a la evaluación de madurez tecnológica cuántica	130
9.4.	Limitaciones y su impacto en la interpretación de los resultados .	131
9.5.	Líneas de investigación futura	131
9.6.	Reflexión final	132

Índice de figuras

4.1. Posicionamiento del problema de investigación	36
5.1. Ejemplo factible en una instancia reducida	50
6.1. Relación entre frecuencia de supervisión y afiliaciones captadas por asesor. El gráfico de dispersión muestra una asociación positiva entre la cantidad histórica de salidas de supervisión y el desempeño comercial medido mediante afiliaciones realizadas durante la salida. La línea de regresión lineal evidencia una correlación estadísticamente significativa ($R^2 = 0,30$, $p < 0,01$).	60
7.1. Tamaño del modelo ILP (2015–2024)	85
7.2. Calendario anual óptimo ILP (2023)	88
7.3. Tiempo de resolución ILP vs. variables	89
7.4. Violaciones de espaciado: empírico vs. ILP	92
7.5. Distribución de días por asesor y año	93
7.6. Evolución del índice de Gini (2015–2024)	96
7.7. Brecha de optimalidad QUBO vs. ILP	100
7.8. Comparación multidimensional de enfoques	102
7.9. Índice de Gini por año: cuatro escenarios	102
7.10. Métricas comparadas en el <i>toy model</i>	105

Índice de tablas

4.1. Evolución del NSP 1970-2000: hitos, métodos y transiciones . . .	24
5.1. Correspondencia entre el NSP clásico y el problema adaptado. . .	39
5.2. Conjuntos y parámetros del modelo completo.	41
5.3. Conteo de variables del modelo (P) en función de $ A $ y $ D $	49
5.4. Conteo de restricciones del modelo (P) e implementación en Gurobi.	49
5.5. Parámetros del modelo completo y del toy model.	52
6.1. Estadísticas descriptivas del dataset histórico de supervisiones (2015-2024)	55
6.2. Días trabajados por asesor en la solución óptima (año 2019). . . .	67
7.1. Características anuales del modelo ILP: equipo, horizonte y complejidad.	85
7.2. Optimalidad del modelo ILP por año: valor objetivo y brecha. . .	86
7.3. Días trabajados por asesor en la solución óptima ILP (año 2019, $G^* \approx 0,077$).	87
7.4. Tiempos de resolución del modelo ILP por año (AMD Ryzen 9 6900HS, Gurobi 11.0.3).	88
7.5. Restricciones incumplidas de espaciado en la planificación empírica por año y tipo de asesor.	90
7.6. Factibilidad de las soluciones ILP: restricciones incumplidas y soluciones incumbentes encontradas por año.	91
7.7. Rango de días de supervisión por asesor: planificación empírica, solución ILP óptima y QUBO.	93
7.8. Coeficiente de Gini: planificación empírica vs. solución ILP óptima (2015–2024).	94
7.9. Índice de Gini: planificación empírica vs. solución QP (Gurobi) (2015–2024).	95
7.10. Índice de Gini: planificación empírica vs. simulated annealing (Neal) (2015–2024).	95
7.11. Brecha de optimalidad respecto al ILP: QUBO-Gurobi (QP) (2015– 2024).	97
7.12. Brecha de optimalidad respecto al ILP: QUBO-SA (Neal) (2015– 2024).	98
7.13. Factibilidad y tiempos de cómputo del enfoque QUBO-Gurobi. . .	99
7.14. Factibilidad y tiempos de cómputo del enfoque QUBO-SA.	100

7.15. Comparación global de enfoques: factibilidad, calidad y viabilidad computacional.	101
7.16. Métricas de evaluación del <i>toy model</i> : comparativo entre métodos de optimización.	103
7.17. Ajustes en coeficientes QUBO para el <i>toy model</i> QCI respecto a la instancia completa.	105

2 Introducción

2.1 Contexto y motivación del problema

Los problemas de programación de personal constituyen una de las clases de problemas más estudiadas en la Investigación de Operaciones. Desde la asignación de turnos de enfermería en hospitales [1] hasta la programación de tripulaciones aéreas [2] y el ruteo de técnicos de servicio en campo [3], la asignación eficiente de recursos humanos a tareas temporales bajo restricciones múltiples representa un desafío organizacional de primera magnitud, con consecuencias directas sobre calidad de servicio, equidad laboral y eficiencia operacional. A pesar de cinco décadas de investigación, ciertas variantes de estos problemas, en particular aquellas que combinan restricciones geográficas asimétricas con imperativos de equidad objetiva en sectores regulados, permanecen subexploradas en la literatura.

Esta tesis examina una instancia concreta de este problema en Integración AFAP, una administradora de fondos de ahorro previsional (AFAP) de Uruguay. En este contexto, la organización debe planificar anualmente la supervisión comercial de entre 18 y 27 asesores previsionales distribuidos entre la zona metropolitana de Montevideo y localidades del interior del país. La asimetría geográfica es estructuralmente relevante: las visitas a asesores metropolitanos se completan en un único día hábil, mientras que las visitas a asesores del interior requieren bloques de tres días consecutivos, desplazamiento, supervisión y retorno, por razones logísticas. Esta diferencia no constituye una preferencia operativa sino una restricción física que transforma cualitativamente la arquitectura del problema de programación: donde los modelos estándar tratan la duración de las visitas como un parámetro homogéneo, el problema analizado exige que la duración sea una variable discreta determinada por la categoría geográfica del asesor supervisado.

El proceso de planificación vigente al inicio de esta investigación era enteramente manual: el coordinador comercial construía el calendario anual de supervisiones basándose en experiencia histórica acumulada, restricciones del período y necesidades percibidas del equipo. La elaboración de estos calendarios enfrentaba una complejidad combinatoria creciente derivada del número de asesores, las frecuencias mínimas y máximas de visita, las restricciones temporales, la disponibilidad diaria y la coexistencia de visitas de uno y tres días consecutivos. En este contexto, la complejidad combinatoria estructural refiere al crecimiento exponencial del número de posibles opciones de construcción de los calendarios a medida que se incorporan

restricciones interdependientes, dificultando la evaluación exhaustiva de todas las alternativas que surgen al momento de realizar planificación empírica. Bajo estas condiciones, la planificación manual dificultaba la evaluación simultánea de todas las combinaciones factibles, aumentando la probabilidad de generar asignaciones subóptimas y distribuciones desiguales de carga de supervisión.

Este enfoque producía resultados funcionales en el sentido mínimo de generar calendarios ejecutables, pero no garantizaba factibilidad estricta bajo las reglas normativas del sector, equidad objetiva en la distribución de la carga de supervisión, ni trazabilidad auditable. En un sector donde la Superintendencia de Servicios Financieros (SSF) exige estándares mínimos de gestión para garantizar la calidad del servicio, esta precariedad metodológica representaba un riesgo institucional creciente.

El análisis de diez años de registros históricos de programación (2015–2024) reveló deficiencias sistemáticas en dos dimensiones diferenciadas. En términos de equidad distributiva, el coeficiente de Gini promedio aplicado a la distribución anual de visitas promedió 0,30, evidenciando que algunos asesores recibían supervisión intensiva mientras otros eran visitados con frecuencia mínima sin justificación operativa documentada. En términos de factibilidad operacional, los calendarios manuales acumularon 436 violaciones de restricciones durante el período: visitas programadas en días de capacitación obligatoria, incumplimientos de los espaciamientos mínimos requeridos entre visitas sucesivas al mismo asesor, e interrupciones de los bloques consecutivos para asesores del interior por conflictos con otros eventos.

Estos hallazgos reencuadraron la pregunta de investigación: de una pregunta de mejora incremental (“¿cómo mejorar el calendario actual?”) a una pregunta de diseño de sistema (“¿es posible construir calendarios anuales de supervisión que sean simultáneamente factibles bajo todas las restricciones regulatorias y logísticas, equitativos en la distribución objetiva de la carga de supervisión, y computacionalmente manejables para la implementación en un entorno organizacional con recursos técnicos limitados?”).

2.2 Marco teórico y brechas de investigación

La programación de personal ha generado una literatura extensa y técnicamente sofisticada desde los trabajos fundacionales de la década de 1960. El *Nurse Scheduling Problem* (NSP) sirve como formulación canónica: asignar un conjunto de enfermeras a turnos durante un horizonte de planificación, satisfaciendo requisitos mínimos de cobertura por turno, límites de horas de trabajo, y restricciones de habilidades y preferencias individuales [4]. La revisión de Vandenberg et al. [5] cataloga más de 700 publicaciones sobre el NSP y variantes relacionadas, evidenciando la madurez

del campo. Sin embargo, tres brechas específicas en esta literatura son pertinentes para la investigación presentada en esta tesis.

Brecha 1: Heterogeneidad geográfica con duraciones asimétricas de visita

La literatura de programación de personal con componente geográfico se ha desarrollado principalmente en el contexto de atención médica domiciliaria (*home health scheduling*), donde equipos de enfermeras o terapeutas visitan pacientes dentro de ventanas temporales predefinidas [6, 7]. Estos modelos incorporan tiempos y costos de desplazamiento como variables continuas entre visitas, pero generalmente tratan todas las visitas como unidades de duración equivalente, diferenciadas únicamente por el tiempo de trayecto.

El caso estudiado en esta tesis presenta una estructura cualitativamente distinta: la ubicación geográfica del asesor no determina el tiempo de desplazamiento como variable continua, sino que determina categóricamente la duración de la visita como variable discreta (un día versus tres días). Esta distinción genera restricciones de bloques enteros, las visitas al interior deben ocupar exactamente tres días consecutivos sin interrupción, cualitativamente diferentes de las restricciones de ventana temporal en modelos de *home health scheduling*. La revisión de la literatura publicada no identifica modelos de scheduling de supervisión comercial que aborden esta forma específica de heterogeneidad geográfica con bloques de duración discreta como restricción dura.

Brecha 2: Factibilidad estricta en scheduling de sectores regulados

Una convención metodológica frecuente en la literatura de NSP y variantes es modelar las reglas de planificación como una combinación de restricciones duras, que no pueden violarse y, restricciones blandas que pueden violarse incurriendo en una penalización en la función objetivo [8, 9]. Esta distinción refleja la realidad de muchos entornos donde, por ejemplo, las preferencias de turno de un empleado son deseables pero no obligatorias.

Sin embargo, en contextos de alta regulación como el de las AFAP uruguayas, las reglas normativas y operacionales no son preferencias con costo de incumplimiento: su violación puede generar consecuencias regulatorias directas. Modelar todas las restricciones como duras, decisión adoptada en esta tesis, no es solo técnicamente diferente sino conceptualmente distinto: impone que la factibilidad regulatoria preceda cualquier optimización de eficiencia o preferencia. Este enfoque, que denominamos *gobernanza estricta*, tiene implicaciones metodológicas significativas para la formulación del modelo y para la interpretación de sus resultados, y constituye

una postura epistemológica explícita sobre las prioridades del diseño de sistemas en sectores supervisados.

Brecha 3: Evaluación comparativa de paradigmas clásicos y cuánticos en scheduling con restricciones complejas

La computación cuántica ha suscitado interés creciente como herramienta para problemas de optimización combinatoria [10]. El *quantum annealing*, en particular, ha sido propuesto como enfoque prometedor para problemas formulables como *Quadratic Unconstrained Binary Optimization* (QUBO) [11]. Sin embargo, las aplicaciones publicadas a problemas de scheduling se concentran en evaluaciones preliminares con hardware de primera generación sobre instancias sintéticas o de escala académica, sin comparación sistemática contra solvers clásicos en instancias organizacionales reales con múltiples restricciones duras y dependencias temporales complejas.

Esta brecha tiene importancia práctica creciente: organizaciones que evalúan la adopción de tecnologías cuánticas necesitan evidencia empírica sobre las capacidades y limitaciones actuales del hardware disponible, así como sobre los requisitos de reformulación que impone la arquitectura QUBO. La ausencia de benchmarks comparativos en problemas de scheduling con restricciones complejas limita la capacidad de los profesionales de tomar decisiones informadas sobre adopción tecnológica.

Esta tesis aborda las tres brechas mediante: (1) una formulación de scheduling que incorpora heterogeneidad geográfica con bloques de duración discreta como restricciones duras; (2) la demostración de que establecer una métrica objetiva de equidad puede incorporarse como criterio de optimización dentro de un modelo de factibilidad estricta; y (3) evidencia empírica comparativa sobre el desempeño computacional y la calidad de solución de tres paradigmas de optimización, ILP clásico, Simulated Annealing sobre formulación QUBO, y quantum annealing fotónico, en una instancia organizacional real.

2.3 Estructura formal del problema y complejidad computacional

Formalmente, el problema requiere determinar la asignación óptima de visitas de supervisión a lo largo de un horizonte de planificación de T días laborables (aproximadamente 130–145 días netos según el año, descontando feriados nacionales y departamentales), para un conjunto \mathcal{A} de asesores particionado en dos subconjuntos:

asesores metropolitanos \mathcal{A}_1 , cuyas visitas ocupan exactamente un día, y asesores del interior \mathcal{A}_3 , cuyas visitas ocupan exactamente tres días consecutivos.

Las variables de decisión son binarias: $x_{a,t} \in \{0, 1\}$ indica si el asesor $a \in \mathcal{A}$ inicia una visita en el día $t \in \{1, \dots, T\}$. Para $a \in \mathcal{A}_3$, una visita iniciada en el día t ocupa los días t , $t + 1$ y $t + 2$, lo que impone que $x_{a,t} = 1$ solo sea admisible si $t \leq T - 2$ y ningún otro evento ocupe los días $t + 1$ ni $t + 2$.

El modelo incorpora las siguientes restricciones, todas tratadas como duras:

- **Cobertura mínima y máxima:** cada asesor a debe recibir entre v_a^{\min} y v_a^{\max} visitas durante el horizonte.
- **Capacidad diaria:** el número total de supervisiones activas en cualquier día t no puede exceder la capacidad disponible del equipo supervisor C_t .
- **Espaciamiento mínimo:** entre dos visitas consecutivas al mismo asesor a deben transcurrir al menos δ_a días laborables.
- **Exclusiones de calendario:** no pueden programarse visitas en feriados, días de capacitación obligatoria, ni períodos de bloqueo organizacional.
- **Integridad de bloque:** para $a \in \mathcal{A}_3$, si $x_{a,t} = 1$ entonces los días $t + 1$ y $t + 2$ deben estar disponibles y no asignados a ningún otro evento.

Con un equipo que osciló entre 18 y 27 asesores durante el período analizado y un horizonte neto de entre 129 y 145 días según el año, el modelo llega a tener hasta 10,765 restricciones y 10,611 variables binarias. La combinación de dependencias temporales (restricciones de espaciamiento), restricciones de bloque discreto (visitas de tres días), y acoplamiento entre asesores a través de la capacidad diaria compartida sitúa el problema dentro de la clase de variantes NP-Hard del scheduling con restricciones de precedencia y recursos compartidos [12]. Esta constatación motiva el uso de optimización formal y justifica la comparación de paradigmas computacionales alternativos, incluidos los emergentes.

2.4 Enfoque metodológico y diseño comparativo

La tesis conduce un experimento comparativo entre tres paradigmas computacionales con fundamentos teóricos y características operacionales distintas. La justificación de este diseño es doble: contribuir a la literatura empírica sobre el desempeño relativo de enfoques clásicos y emergentes en instancias reales de scheduling, y proveer a

los tomadores de decisiones organizacionales evidencia concreta para seleccionar el enfoque más adecuado a sus restricciones de infraestructura y horizonte temporal.

Programación Lineal Entera (ILP) mediante el solver Gurobi [13] constituye el paradigma de referencia. ILP garantiza optimalidad global y satisfacción estricta de todas las restricciones duras mediante técnicas de *branch-and-bound* con cortes avanzados. Aunque su tiempo de resolución puede crecer exponencialmente con el tamaño del problema en el peor caso, Gurobi es reconocido por su eficiencia en instancias de tamaño mediano. Para las instancias analizadas, el modelo alcanzó soluciones óptimas con gap de cero en todos los años del período, con tiempos de cómputo de entre 1,47 y 20,10 segundos.

Optimización Binaria Cuadrática No Restringida (QUBO) con Simulated Annealing (SA) representa el paradigma metaheurístico. La reformulación del problema en formato QUBO, donde las restricciones duras se penalizan mediante términos cuadráticos en la función objetivo, permite su resolución mediante búsqueda estocástica sin requerir factibilidad en cada paso [14]. El SA explora el espacio de soluciones mediante perturbaciones con temperatura decreciente, aceptando ocasionalmente soluciones peores para escapar de mínimos locales. Esta arquitectura sacrifica la garantía de optimalidad global a cambio de mayor escalabilidad potencial. La elección de QUBO/SA responde también a su rol como puente entre optimización clásica y cuántica: la misma formulación puede ejecutarse por un solver clásico o enviarse directamente a hardware de quantum annealing, lo que facilita la comparación entre ambos paradigmas bajo un marco metodológico consistente.

Quantum Annealing fotónico mediante la plataforma Dirac-1 de Quantum Computing Inc. (QCI) representa el paradigma exploratorio. A diferencia del SA clásico, el quantum annealing aprovecha efectos cuánticos, tunelamiento cuántico y superposición de estados, para explorar el espacio de soluciones de forma potencialmente más eficiente en ciertas clases de problemas [15]. Sin embargo, la capacidad de procesamiento de las QPU disponibles en 2024 es insuficiente para resolver instancias del tamaño estudiado sin descomposición híbrida clásico-cuántica. La inclusión de este tercer paradigma no busca competir con los enfoques clásicos en las métricas convencionales de calidad de solución, sino cumplir tres objetivos específicos: (i) documentar los requerimientos de reformulación que impone la arquitectura QUBO para scheduling con restricciones complejas; (ii) caracterizar las limitaciones actuales del hardware cuántico fotónico para esta clase de problema; y (iii) establecer una línea base de “preparación cuántica” del modelo operativo que oriente decisiones futuras de adopción tecnológica conforme la tecnología madure.

Una decisión transversal a los tres paradigmas merece énfasis explícito: todas las reglas de negocio normativas y operacionales, se codificaron como restricciones duras.

En ILP, esto implica que el solver reporta únicamente soluciones que satisfacen todas las restricciones sin excepción. En QUBO, implica que las penalizaciones asociadas a las restricciones deben ser suficientemente grandes para que ninguna solución óptima las viole. Esta decisión de modelización refleja un imperativo de gobernanza: en el sector de administración de fondos de pensión supervisado por la SSF, el cumplimiento regulatorio no es negociable. La equidad en la distribución de visitas, medida mediante el coeficiente de Gini, tampoco se trata como preferencia blanda sino como propiedad matemáticamente exigible de cualquier solución admisible.

2.5 Resultados principales

Las soluciones generadas por el modelo ILP redujeron el coeficiente de Gini promedio de la distribución de visitas de 0,3 en la línea base histórica a 0,04 en los calendarios optimizados, representando una reducción del 86,7 % en la desigualdad distributiva. Todas las restricciones regulatorias y operacionales fueron satisfechas con cero violaciones en cada ejecución del modelo, frente a las 436 violaciones acumuladas en la planificación empírica durante el período 2015–2024. El tiempo promedio de resolución fue de 7,03 segundos en hardware estándar, lo que confirma la viabilidad computacional del enfoque para implementación rutinaria en el entorno organizacional de una AFAP.

El enfoque QUBO–SA alcanzó valores de Gini consistentemente superiores a los del modelo ILP, con una tasa de satisfacción de restricciones duras superior al 90 % en las ejecuciones analizadas pero sin garantía de factibilidad completa. Estos resultados demuestran que las metaheurísticas clásicas pueden aproximar la calidad del óptimo en tiempos acotados, pero a costa de un déficit de factibilidad que es inadmisibles en el contexto regulatorio estudiado.

Los resultados del experimento con el hardware cuántico fotónico Dirac-1 de QCI tienen carácter exploratorio y se obtuvieron sobre una instancia reducida (*toy model*). Los resultados evidenciaron las limitaciones actuales del hardware: la necesidad de descomposición del modelo en subproblemas de menor escala introdujo degradación en la calidad de solución y mayor variabilidad entre ejecuciones. Sin embargo, el experimento permitió identificar los requisitos mínimos de densidad de conectividad y precisión de coeficientes QUBO que condicionarán la aplicabilidad del hardware cuántico a este problema conforme la tecnología alcance mayor madurez.

En conjunto, estos resultados demuestran que la optimización formal puede transformar un proceso de planificación basado en experiencia tácita en un sistema auditable, reproducible y con propiedades de equidad matemáticamente verificables.

2.6 Contribuciones de la investigación

Esta investigación realiza contribuciones diferenciadas a la teoría de la optimización y a la práctica organizacional.

Contribuciones teóricas:

1. Una formulación del problema de scheduling de supervisión comercial que incorpora heterogeneidad geográfica con bloques de duración discreta (un día vs. tres días consecutivos) como restricciones duras, extendiendo la literatura del NSP a una clase de asimetría de visita no documentada en publicaciones previas.
2. La demostración de que el coeficiente de Gini puede incorporarse como objetivo dentro de un modelo de factibilidad estricta, sin restricciones blandas, para scheduling de supervisión en sectores regulados, estableciendo un precedente para la formalización matemática de la equidad distributiva en este contexto.
3. Una comparación empírica sistemática de tres paradigmas computacionales: ILP, QUBO–Simulated Annealing, y quantum annealing fotónico, en una instancia organizacional real de scheduling con dependencias temporales complejas y múltiples restricciones duras, con análisis explícito de las condiciones de convergencia y divergencia entre paradigmas.

Contribuciones prácticas:

1. Un modelo de optimización desplegable que redujo la desigualdad histórica en la distribución de visitas en un 86,7% y eliminó la totalidad de las violaciones de restricciones operacionales, con tiempos de solución compatibles con uso rutinario (promedio de 7,03 segundos en hardware estándar).
2. Un marco metodológico replicable para organizaciones que enfrentan problemas estructuralmente equivalentes de scheduling de supervisión en fuerzas de ventas territoriales, servicios de campo en utilidades, o equipos de control de calidad en sectores regulados.
3. Una evaluación de la preparación cuántica del modelo operativo que provee información concreta para decisiones futuras de adopción tecnológica, incluyendo los requerimientos técnicos mínimos que el hardware cuántico deberá satisfacer para alcanzar paridad competitiva con los enfoques clásicos en esta clase de problema.

2.7 Limitaciones del estudio

Esta tesis reconoce tres limitaciones principales que acotan el alcance de sus conclusiones.

Primero, el estudio se basa en un único caso organizacional. Si bien la instancia estudiada es suficientemente rica en complejidad para permitir comparaciones metodológicas significativas, los resultados cuantitativos, en particular los tiempos de cómputo, dependen de las características específicas de esta instancia (entre 18 y 27 asesores, horizonte neto de 129–145 días hábiles, proporciones variables de asesores metropolitanos e interior por año). La generalización a instancias de mayor escala requiere análisis de escalabilidad adicional, que se aborda parcialmente mediante el análisis del período 2015–2024 como conjunto de instancias anuales de complejidad variable, pero no se valida empíricamente en instancias de escala sustancialmente diferente.

Segundo, la evaluación del paradigma de quantum annealing refleja el estado del hardware disponible a 2024. El dispositivo Dirac-1 de QCI representa una generación específica de tecnología cuántica fotónica, y los resultados obtenidos no deben extrapolarse al hardware que estará disponible en los próximos años. La investigación en este paradigma tiene carácter exploratorio y sus resultados deben interpretarse como diagnóstico de madurez tecnológica, no como evaluación definitiva de las capacidades del quantum annealing para esta clase de problema.

Tercero, el modelo no incorpora preferencias individuales de asesores ni supervisores. Esta decisión fue deliberada, reflejando el imperativo de gobernanza estricta descrito anteriormente, pero implica que el modelo no captura dimensiones de bienestar organizacional que podrían ser relevantes en contextos donde las preferencias individuales tienen peso normativo o donde la satisfacción del personal es un objetivo explícito de la organización.

2.8 Organización del documento

El resto de esta tesis se organiza en siete capítulos. El Capítulo 3 establece el marco teórico, situando el problema dentro de la literatura de programación de personal, revisando las principales variantes del NSP relevantes para este trabajo, y desarrollando los fundamentos de los tres paradigmas computacionales evaluados. El Capítulo 4 revisa el estado del arte en scheduling de supervisión, métodos de optimización combinatoria clásica y cuántica, y las brechas identificadas en la sección 2.2. El Capítulo 5 presenta la formulación matemática completa del modelo, detallando

cada restricción, su justificación operativa y normativa, y la función objetivo con la métrica de equidad incorporada. El Capítulo 6 describe la implementación computacional de los tres paradigmas, el conjunto de datos históricos y el protocolo de evaluación comparativa. El Capítulo 7 reporta los resultados cuantitativos obtenidos y la comparación sistemática con la línea base histórica. El Capítulo 8 discute las implicaciones metodológicas y prácticas de los resultados, sus limitaciones y las vías de investigación futura. El Capítulo 9 presenta las conclusiones.

Esta tesis está dirigida a dos audiencias simultáneas. Para especialistas en Investigación de Operaciones, ofrece una formulación rigurosa de un problema de scheduling con características estructurales novedosas y una comparación empírica fundamentada entre paradigmas computacionales clásicos y emergentes. Para profesionales y gestores que enfrentan problemas estructuralmente similares en organizaciones territorialmente distribuidas y reguladas, provee evidencia de que la optimización matemática es una herramienta accesible y de alto impacto para transformar procesos de planificación opacos en sistemas auditables, equitativos y basados en evidencia.

3 Marco Teórico

Este capítulo establece los fundamentos conceptuales sobre los que se construye la investigación. Se organiza en dos partes: la primera define el Nurse Scheduling Problem (NSP) como paradigma de optimización combinatoria; la segunda examina los enfoques de solución heurística y metaheurística que la literatura ha desarrollado para abordar esta clase de problemas.

3.1 Nurse Scheduling Problem, Origen y Características

3.1.1 Fundamentos de la Investigación de Operaciones

La Investigación de Operaciones (IO) constituye una disciplina científica que utiliza métodos analíticos y modelos matemáticos para apoyar la toma de decisiones en sistemas complejos. Su origen se remonta a la Segunda Guerra Mundial, cuando científicos y matemáticos fueron convocados para resolver problemas de logística, asignación de recursos y planificación de misiones militares. Tras el conflicto, estas técnicas fueron adaptadas a contextos civiles, consolidando la IO como campo interdisciplinario que combina matemáticas aplicadas, estadística, informática y economía [16].

La teoría de la optimización, núcleo de la IO, se ocupa de la búsqueda de la mejor solución entre un conjunto de alternativas factibles. Dantzig [17] definió la optimización como la ciencia de la elección bajo restricciones, donde cada solución candidata se evalúa mediante una función objetivo que cuantifica su calidad.

La optimización combinatoria, caracterizada por variables de decisión discretas y crecimiento exponencial del espacio de soluciones, presenta desafíos computacionales que han motivado el desarrollo de dos corrientes metodológicas: optimización exacta, que busca soluciones óptimas mediante métodos deterministas, y metaheurísticas, que sacrifican garantías de optimalidad a cambio de soluciones de alta calidad en tiempos razonables [18]. Esta dualidad refleja la tensión entre el ideal de precisión matemática y la necesidad práctica de adaptabilidad computacional.

3.1.2 El NSP como problema de optimización combinatoria NP-hard

El Nurse Scheduling Problem (NSP), o problema de programación de enfermeras, se ha consolidado como campo de estudio representativo dentro de la optimización combinatoria aplicada. Su importancia radica en que combina desafíos matemáticos con aspectos humanos y organizacionales, convirtiéndose en modelo de problemas denominados socio-técnicos, donde decisiones automatizadas deben armonizar con necesidades del personal [4].

Históricamente, el NSP surge en los años setenta cuando hospitales comenzaron a incorporar técnicas de modelado matemático para mejorar la planificación del personal sanitario. El trabajo de Warner [19] marcó un punto de inflexión al formular el problema mediante programación lineal entera orientada a satisfacer tanto requerimientos operativos como preferencias del personal. Desde entonces, el NSP fue reconocido como problema de gran complejidad, clasificado como NP-hard [20], debido a que el número de posibles asignaciones crece exponencialmente con el número de enfermeras, días y turnos.

Formalmente, el NSP requiere asignar un conjunto de enfermeras N a turnos durante un horizonte de planificación T (típicamente 2–4 semanas), minimizando una función objetivo sujeta a restricciones de cobertura mínima, límites de horas de trabajo, descansos obligatorios y restricciones de habilidades. Las variables de decisión son típicamente binarias: $x_{ijt} \in \{0, 1\}$ indica si la enfermera i trabaja el turno j en el día t . Con $N = 20$ enfermeras, $T = 28$ días y 3 turnos por día, el espacio de soluciones alcanza cardinalidad $O(3^{560}) \approx 10^{267}$, haciendo impracticable la exploración exhaustiva.

La literatura distingue diversas variantes del NSP según características estructurales [5]:

- **Estático vs. dinámico NSP:** planificación ex ante de horizonte completo vs. reoptimización continua ante eventos estocásticos.
- **Locación-Única vs. Locación-múltiple NSP:** asignación en un único sitio vs. coordinación entre múltiples localizaciones.
- **Perfil único vs. Múltiples especialidades NSP:** personal homogéneo vs. diferenciación por especialización.
- **Determinístico vs. estocástico NSP:** supuestos de disponibilidad cierta vs. incorporación de incertidumbre en demanda o ausentismo.

El NSP ha trascendido los límites de la enfermería para aplicarse en contextos organizacionales con características estructurales similares: programación de pilotos [2], gestión de personal en call centers [21], y planificación de trabajo en sectores distribuidos geográficamente [22]. Esta generalización ha fortalecido su estatus como paradigma de referencia en optimización combinatoria aplicada.

3.1.3 Naturaleza socio-técnica del NSP

Una característica relevante del NSP es que las decisiones de programación no solo deben satisfacer restricciones operativas y regulatorias, sino también incorporar el bienestar, las preferencias y la equidad percibida del personal involucrado [4]. Esta dualidad genera tensión estructural entre la eficiencia del sistema y la calidad de vida laboral de quienes lo componen.

Desde una perspectiva organizacional, calendarios de trabajo percibidos como inequitativos generan consecuencias documentadas: mayor ausentismo, rotación de personal, disminución de la motivación y deterioro del clima laboral [23]. La evidencia empírica en contextos de enfermería muestra que la distribución desigual de turnos nocturnos o fines de semana es una de las principales fuentes de insatisfacción, incluso cuando el volumen total de horas trabajadas es equivalente entre colegas.

Esta dimensión humana transforma el NSP de un problema de asignación pura a un problema de diseño organizacional mediado por herramientas matemáticas. Las soluciones técnicamente óptimas en términos de cobertura o costo pueden ser inaceptables en la práctica si los afectados las perciben como arbitrarias o injustas. Por esta razón, la literatura más reciente incorpora métricas formales de equidad, como el coeficiente de Gini [23] o el índice de Jain [24], directamente en la formulación matemática, ya sea como objetivo a minimizar o como restricción sobre soluciones admisibles.

3.1.4 Métricas de equidad distributiva en scheduling

La equidad en distribución de carga de trabajo ha emergido como criterio evaluativo fundamental en problemas de programación de personal [23]. En este apartado se revisa la formalización matemática de equidad y su incorporación en modelos de optimización.

El coeficiente de Gini, originalmente desarrollado por Corrado Gini [25] para medir desigualdad en distribución de ingresos, se define como:

$$G = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |x_i - x_j|}{2n^2 \bar{x}} \quad (3.1)$$

donde x_i representa la carga de trabajo del individuo i , n es el tamaño de la población, y \bar{x} es la carga promedio. $G \in [0, 1]$, donde $G = 0$ indica igualdad perfecta y $G = 1$ indica desigualdad máxima.

Hooker [26] formalizó la aplicación del coeficiente de Gini a problemas de optimización, demostrando que minimizar G puede incorporarse en formulaciones de programación entera mediante variables auxiliares y restricciones adicionales, aunque con aumento en complejidad computacional.

Bertsimas et al. [27] desarrollaron el marco de trabajo teórico del *price of fairness* (PoF), definido como la pérdida en el alcance de la función objetivo al imponer restricciones de equidad perfecta. Su análisis demuestra que el PoF puede variar entre 0% (equidad gratuita) y 100% (equidad prohibitivamente costosa) dependiendo de la estructura del problema.

Martin et al. [23] aplicaron el coeficiente de Gini al NSP para medir equidad en distribución de turnos nocturnos y fines de semana, demostrando que soluciones óptimas en costo pueden exhibir valores de Gini superiores a 0.35, mientras que incorporar Gini como objetivo secundario reduce desigualdad a valores inferiores a 0.10 con degradación menor al 5% en función de costo.

La elección de métrica de equidad no es neutral: cada una captura aspectos diferentes de desigualdad y genera incentivos distintos en la optimización [26]. El coeficiente de Gini presenta ventajas de estar normalizado, ser interpretable en distintos contextos y capturar toda la distribución, no solo sus extremos.

La razón de implementación del coeficiente de Gini como función objetivo, fue priorizar la facilidad de explicación ante la gerencia: el personal directivo ya conocía la curva de Lorenz y el concepto de área entre curvas, lo que hacía intuitivo entender que un Gini más bajo implica mayor igualdad en la distribución de días de supervisión. Sin embargo, tras analizar otras formas de medición de igualdad (max-min, índice de jain, índice de hirschman herfindahl, lexicographic max-min), se determinó que un enfoque lexicográfico max-min (maximizar primero el mínimo de días asignados, luego el segundo mínimo, etc.) podría ser más adecuado, ya que se centra explícitamente en elevar a las salidas de los supervisados con menos días, un objetivo más alineado con la equidad práctica en el entorno de supervisión.

3.1.5 Tipología de restricciones en programación de personal

Las restricciones constituyen el núcleo estructural de los problemas de programación de personal, determinando la factibilidad de soluciones y la calidad de los calendarios generados. La clasificación entre restricciones duras y blandas es fundamental para comprender la arquitectura de estos problemas [4].

Restricciones duras (*hard constraints*) son condiciones que deben satisfacerse obligatoriamente para que una solución sea considerada factible. Su violación invalida completamente el calendario. Ejemplos incluyen: cobertura mínima de turnos críticos, límites legales de horas de trabajo, descansos obligatorios entre turnos, y certificaciones requeridas para tareas especializadas. En formulaciones de programación entera, estas restricciones se codifican como desigualdades o ecuaciones que el solver debe satisfacer estrictamente.

Restricciones blandas (*soft constraints*) representan preferencias o políticas deseadas cuya violación no invalida la solución pero la hace menos atractiva. Ejemplos incluyen: preferencias de turno del personal, distribución equitativa de turnos no deseados, o estabilidad respecto a patrones previos. Estas restricciones se incorporan típicamente en la función objetivo mediante términos de penalización ponderados.

La distinción entre ambos tipos no es puramente técnica, sino que refleja prioridades organizacionales y contexto regulatorio. Burke et al. [4] señalan que la clasificación de una restricción como dura o blanda depende del sector: en algunos hospitales, los límites de horas semanales son típicamente *hard constraints* por regulación laboral, mientras que en otros hospitales o clínicas privadas pueden tratarse como *soft constraints* con penalización por hora extra.

Restricciones en contextos regulados. En sectores altamente regulados tales como financiero, farmacéutico, aviación, la distinción adquiere una dimensión adicional: restricciones que en otros contextos serían preferencias negociables se vuelven obligaciones legales [23]. Para administradoras de fondos de pensión como las AFAP uruguayas, supervisadas por la Superintendencia de Servicios Financieros (SSF), los mecanismos de control de calidad sobre la gestión de la Administradora no es opcional sino que es son parte de un cuerpo de requisitos regulatorios. Esto implica que las reglas de programación de supervisión: cobertura mínima anual, espaciamientos entre visitas, exclusión de días no laborables, deben tratarse como *hard constraints* independientemente de su impacto sobre eficiencia operativa [28].

Defraeye y Van Nieuwenhuyse [9] demostraron que el aumento en la proporción de restricciones duras reduce el espacio de soluciones factibles y puede generar instancias sin solución admisible, requiriendo renegociación de parámetros del problema. En

contextos regulados, esta situación no es opcional: todas las restricciones regulatorias deben ser tratadas como críticas, y la factibilidad legal precede a la optimización de preferencias.

Además, la auditabilidad requiere que los calendarios generados sean explicables y reproducibles. Formulaciones de programación entera, con restricciones explícitas codificadas en lenguaje matemático formal, podrían proveer el nivel de transparencia requerida por las autoridades supervisoras [29].

3.2 Enfoques de Solución — Heurísticas y Metaheurísticas

3.2.1 Racionalidad limitada: el fundamento epistemológico de las heurísticas

La teoría de la **racionalidad limitada** (*bounded rationality*), formulada por Herbert Simon [30], constituye el fundamento epistemológico que da origen y justifica el uso de heurísticas en optimización. Simon argumentó que los agentes tomadores de decisiones ya sean humanos u organizaciones, no pueden alcanzar la racionalidad perfecta que presupone la teoría económica clásica, por tres razones estructurales:

1. **Complejidad computacional:** el espacio de alternativas es demasiado grande para ser explorado exhaustivamente en tiempo razonable.
2. **Información incompleta:** los agentes no disponen de toda la información relevante para evaluar cada alternativa.
3. **Capacidad cognitiva limitada:** incluso con información completa, la capacidad de procesamiento es finita.

Frente a estas limitaciones, Simon propuso que los agentes reales no *maximizan* sino que *cumplen*: buscan soluciones suficientemente buenas dentro de un umbral aceptable, deteniendo la búsqueda cuando encuentran una alternativa que supera ese umbral, en lugar de continuar hasta encontrar el óptimo global.

Implicación directa para el NSP: dado que el Nurse Scheduling Problem es NP-hard y que el espacio de soluciones crece exponencialmente con el tamaño de la instancia, la búsqueda exhaustiva del óptimo global es computacionalmente difícil de manejar para instancias organizacionales reales. La racionalidad limitada de Simon provee la justificación teórica para desarrollar heurísticas y metaheurísticas:

algoritmos que, renunciando explícitamente a la garantía de optimalidad, son capaces de encontrar soluciones de alta calidad en tiempos computacionalmente razonables.

Este marco conceptual reencuadra el problema de la optimización: el objetivo no es siempre encontrar la solución perfecta, sino encontrar soluciones suficientemente buenas dentro de límites de tiempo y recursos aceptables para el contexto organizacional. Esta perspectiva fundamenta tanto las heurísticas constructivas como las metaheurísticas descritas a continuación.

3.2.2 Heurísticas constructivas y de mejora local

Las heurísticas son procedimientos de solución que aprovechan conocimiento específico del problema para guiar la búsqueda hacia regiones prometedoras del espacio de soluciones, sin garantizar óptimos globales pero con eficiencia computacional muy superior a la búsqueda exhaustiva [18].

La literatura distingue dos categorías fundamentales:

Heurísticas constructivas. Generan una solución completa de forma incremental, tomando decisiones parciales sucesivas hasta completar el calendario. Un ejemplo clásico para el NSP es la asignación greedy: en cada paso se asigna el turno al recurso disponible que minimiza algún criterio local (mayor cobertura de turno crítico, menor carga acumulada, etc.). Estas heurísticas son rápidas y producen soluciones iniciales factibles, pero pueden quedar atrapadas en configuraciones de mala calidad global, ya que decisiones tempranas comprometen la estructura del calendario restante.

Heurísticas de mejora local. Parten de una solución existente (típicamente generada por una heurística constructiva) y la mejoran iterativamente mediante perturbaciones controladas. El mecanismo central es la exploración de una *vecindad* $\mathcal{N}(s)$ de soluciones accesibles desde la solución corriente s mediante operadores de movimiento (intercambio de turnos, reasignación de personal, inversión de bloques). La mejora local converge a un óptimo local: una solución s^* tal que $f(s^*) \leq f(s')$ para todo $s' \in \mathcal{N}(s^*)$.

La limitación fundamental de la mejora local pura es que puede quedar atrapada en óptimos locales de mala calidad. Las metaheurísticas surgen precisamente para superar esta limitación.

3.2.3 Metaheurísticas: marcos de búsqueda de alto nivel

Las metaheurísticas son estrategias de búsqueda de alto nivel que guían heurísticas subordinadas para explorar el espacio de soluciones de forma eficiente, equilibrando la exploración global (diversificación: visitar regiones no exploradas) con la explotación local (intensificación: mejorar las mejores soluciones encontradas) [18]. Este balance es la tensión central en el diseño de cualquier metaheurística.

A continuación se describen los algoritmos más relevantes para el NSP.

Algoritmos Genéticos (GA). Los algoritmos genéticos, introducidos por Holland [31], son metaheurísticas inspiradas en el proceso evolutivo de selección natural. Operan sobre una *población* de soluciones candidatas que evolucionan mediante tres operadores:

- **Selección:** las soluciones con mejor valor de función objetivo tienen mayor probabilidad de contribuir a la siguiente generación (supervivencia del más apto).
- **Cruce** (*crossover*): dos soluciones “padre” se combinan para generar soluciones “hijo” que heredan características de ambos progenitores.
- **Mutación:** perturbaciones aleatorias de baja probabilidad introducen diversidad, evitando convergencia prematura a óptimos locales.

En el contexto del NSP, las soluciones (calendarios de turnos) se representan típicamente como cadenas binarias donde $x_{ijt} = 1$ indica que la enfermera i trabaja el turno j el día t . El desafío principal es diseñar operadores de cruce que preserven la factibilidad de las restricciones duras. Burke et al. [4] reportan que los GA son especialmente efectivos en NSP multi-objetivo, donde la exploración de una población diversa permite aproximar la frontera de Pareto de manera eficiente.

Búsqueda Tabú (Tabu Search, TS). Desarrollada por Glover [32], la Búsqueda Tabú es una metaheurística de trayectoria que extiende la mejora local clásica mediante dos mecanismos fundamentales:

- **Lista tabú:** una memoria de corto plazo que registra los últimos movimientos realizados y prohíbe su reversión durante k iteraciones. Esto permite escapar de óptimos locales al aceptar movimientos que deterioran temporalmente la solución.

- **Criterio de aspiración:** una regla de excepción que permite aceptar un movimiento tabú si este conduce a la mejor solución encontrada hasta el momento, independientemente de su estatus en la lista tabú.

La TS incorpora también mecanismos de diversificación (para explorar regiones no visitadas cuando la búsqueda se estanca) e intensificación (para profundizar en las mejores regiones identificadas). En el NSP, la TS ha demostrado resultados competitivos debido a su capacidad de gestionar la complejidad de restricciones mediante la lista tabú [32].

Simulated Annealing (SA). El Simulated Annealing, propuesto por Kirkpatrick et al. [33], es una metaheurística de trayectoria inspirada en el proceso físico de recocido de metales: un material calentado y enfriado lentamente alcanza un estado de mínima energía (estructura cristalina óptima), mientras que el enfriamiento brusco produce defectos (óptimos locales).

El algoritmo opera con un parámetro de *temperatura* T que controla la probabilidad de aceptar soluciones peores que la actual:

$$P(\text{aceptar}) = \exp\left(\frac{-(f(s') - f(s))}{T}\right) \quad (3.2)$$

donde $f(s') > f(s)$ implica que s' es peor que s . A temperatura alta, el sistema acepta movimientos de deterioro con alta probabilidad (exploración global). A medida que T desciende siguiendo un *schedule de enfriamiento* (típicamente $T_k = \alpha T_{k-1}$ con $\alpha \in (0,8, 0,99)$), la probabilidad de aceptar soluciones peores disminuye, y la búsqueda se concentra en la explotación local. Bajo condiciones teóricas ideales (enfriamiento suficientemente lento), el SA converge con probabilidad 1 al óptimo global [33].

En el contexto del NSP, el SA es especialmente relevante porque su formulación es compatible con representaciones QUBO de problemas de optimización, constituyendo un puente natural entre algoritmos clásicos y enfoques cuánticos que se explorarán en capítulos posteriores.

Comparación de metaheurísticas para el NSP. Burke et al. [4] proveen la revisión más comprehensiva del estado del arte en métodos de solución para el NSP. Sus conclusiones indican que no existe un algoritmo dominante para todas las variantes del problema: la elección óptima depende de la estructura de restricciones, el tamaño de la instancia y los objetivos de calidad. Los GA son más efectivos para instancias con múltiples objetivos; la TS sobresale en instancias con restricciones

complejas donde la memoria explícita de movimientos es ventajosa; el SA ofrece implementación más simple y es altamente adaptable a distintas representaciones del problema.

4 Estado del Arte: Evolución del Nurse Scheduling Problem y Fronteras Actuales

4.1 Introducción

El Nurse Scheduling Problem (NSP) constituye uno de los problemas paradigmáticos de la optimización combinatoria aplicada a la gestión de recursos humanos. Su evolución durante las últimas cinco décadas refleja no solo el progreso de la investigación de operaciones y la inteligencia artificial, sino también las transformaciones estructurales del sector sanitario, los cambios en las condiciones laborales del personal, y la emergencia de nuevos paradigmas computacionales que desafían los límites tradicionales de lo que se considera resoluble en tiempos razonables.

Este capítulo traza el camino recorrido por la disciplina desde las formulaciones pioneras de los años setenta hasta las fronteras actuales de la computación cuántica, identificando los hitos metodológicos que han definido cada etapa, los desafíos que motivaron transiciones entre paradigmas, y los gaps que persisten en la literatura. El objetivo es triple: (1) contextualizar históricamente el problema estudiado en esta tesis, (2) posicionar la contribución metodológica dentro del estado del arte, y (3) justificar la elección de los tres paradigmas computacionales evaluados, programación lineal entera, optimización QUBO con simulated annealing, optimización cuántica, como representantes de tres generaciones tecnológicas en la resolución de problemas de scheduling.

4.2 Evolución histórica del NSP: de las formulaciones pioneras a los métodos híbridos (1970-2000)

Formulaciones exactas (1970s)

Aunque los primeros intentos de programación automatizada de personal se remontan a la década de 1950, el NSP adquirió su forma moderna a mediados de los años setenta. En 1976, dos publicaciones fundamentales: Warner [19] y Miller et al. [34],

establecieron los principios básicos para la modelización formal del problema. Ambos trabajos representaron un punto de inflexión al introducir formulaciones matemáticas explícitas para la asignación de turnos bajo restricciones legales, contractuales y organizativas.

Warner [19] presentó un modelo de programación entera mixta (MILP) que buscaba minimizar costos laborales garantizando cobertura asistencial en hospitales de gran escala. Este enfoque permitió por primera vez considerar restricciones múltiples: número máximo de horas consecutivas, días libres obligatorios, y rotación de turnos. La función objetivo incorporaba costos diferenciados para horas regulares, overtime, y turnos nocturnos, estableciendo precedente para la modelización multi-componente que caracteriza al NSP contemporáneo.

Miller et al. [34] desarrollaron un marco algorítmico basado en programación lineal binaria con estructura cíclica, facilitando evaluación sistemática de configuraciones de turnos. Su aportación clave fue demostrar que bajo ciertas condiciones de regularidad, patrones de turnos repetitivos con periodicidad semanal o mensual, el problema podía reducirse significativamente en tamaño mediante descomposición temporal, haciendo manejables instancias que de otro modo serían computacionalmente prohibitivas.

Estos trabajos pioneros establecieron tres características que definirían el NSP durante décadas: (1) naturaleza combinatoria con explosión exponencial del espacio de soluciones, (2) tensión entre múltiples objetivos conflictivos (costo, cobertura, equidad), y (3) necesidad de balancear rigor matemático con adaptabilidad computacional.

Heurísticas constructivas (1980s)

La década de 1980 estuvo caracterizada por énfasis en eficiencia algorítmica, dada la escasa capacidad de cómputo disponible. El reconocimiento del NSP como problema NP-hard [20] es decir, sin algoritmo conocido que garantice solución óptima en tiempo polinómico, motivó el desarrollo de heurísticas constructivas que sacrificaban optimalidad por rapidez.

Sitompul y Randhawa [35] realizaron una de las primeras revisiones exhaustivas del campo, clasificando métodos existentes en tres familias: modelos basados en programación matemática, heurísticas constructivas, y aproximaciones de inteligencia artificial primitiva (sistemas expertos basados en reglas). Su trabajo estableció taxonomía que permanece influyente para categorizar enfoques contemporáneos.

Las heurísticas de esta época: asignación secuencial, búsqueda de factibilidad iterativa, métodos greedy, se caracterizaban por construir soluciones paso a paso mediante reglas empíricas, sin mecanismos sofisticados de búsqueda global. Aunque no garantizaban optimalidad, producían soluciones viables en tiempos razonables para hospitales

medianos. Estas técnicas fueron implementadas exitosamente en instituciones de salud de Canadá y Reino Unido [4], donde sistemas manuales resultaban insostenibles frente al crecimiento de demanda asistencial.

Una limitación crítica de estas heurísticas era su sensibilidad a la calidad de la solución inicial y a decisiones de diseño del algoritmo (orden de asignación, criterios de selección), resultando en variabilidad significativa de desempeño entre instancias.

Metaheurísticas (1990s)

La década de 1990 presenció transición desde heurísticas constructivas hacia metaheurísticas, algoritmos de búsqueda inteligente capaces de explorar espacios de soluciones mediante mecanismos de intensificación y diversificación [32]. El aumento del poder de procesamiento y adopción de software especializado permitieron aplicación de técnicas más sofisticadas.

Burke et al. [4] documentaron esta evolución en revisión seminal que consolidó el NSP como campo maduro de investigación. Los autores identificaron tres familias de metaheurísticas dominantes:

Algoritmos genéticos (GA), inspirados en evolución darwiniana, operan sobre poblaciones de soluciones (cromosomas) mediante operadores de selección, cruce y mutación[36].

Simulated annealing (SA), Su simplicidad conceptual facilitó adopción en entornos prácticos [37].

Tabu search (TS), desarrollado por Glover [32], utiliza memoria adaptativa para evitar repetición de soluciones y fomentar diversificación mediante listas tabú que prohíben movimientos recientes.

La década también vio emerger interés por incorporar factores humanos tales como preferencias individuales, limitaciones de fatiga, normativas sindicales, transformando el NSP en problema multiobjetivo donde optimización debe equilibrar eficiencia operativa y bienestar laboral [35]. Este giro socio-técnico continúa siendo central en investigación contemporánea.

Década	Hito principal	Métodos dominantes	Limitación que motivó transición
1970s	Warner (1976), Miller et al. (1976): Formulaciones MILP pioneras	Programación lineal entera, branch-and-bound	Tamaño de instancias manejables limitado a <20 enfermeras
1980s	Sitompul & Randhawa (1990): Taxonomía sistemática	Heurísticas constructivas (greedy, sequential assignment)	No garantía de optimalidad; alta variabilidad de desempeño
1990s	Burke et al. (2004): NSP como campo maduro	Metaheurísticas (GA, SA, TS); enfoques multiobjetivo	Escalabilidad limitada para instancias 100+ enfermeras; multi-objetivo difícil

Cuadro 4.1: Evolución del NSP 1970-2000: hitos, métodos y transiciones

4.3 Avances metodológicos recientes: optimización híbrida e inteligencia artificial (2000-2020)

Refinamiento de métodos exactos y solvers comerciales

El nuevo milenio trajo refinamiento significativo de métodos exactos gracias a mejoras en algoritmos de branch-and-cut, técnicas de presolving, y solvers comerciales como CPLEX y Gurobi [13]. Boyer et al. [8] demostraron que para instancias de tamaño moderado, solvers modernos podían alcanzar optimalidad.

La clave fue desarrollo de formulaciones compactas que reducen número de variables binarias mediante agregación temporal y descomposición por bloques de turnos. Column generation que es una técnica donde columnas (patrones de turnos) se generan dinámicamente, permitió abordar instancias mayores descomponiendo el problema maestro de asignación de enfermeras a patrones [38].

Sin embargo, escalabilidad permanece limitada: instancias con 100 o más enfermeras, múltiples tipos de turnos, y restricciones no lineales (ej. penalizaciones cuadráticas por desbalance) exceden capacidad de métodos exactos en tiempos razonables.

Metaheurísticas híbridas y enfoques adaptativos

La investigación en metaheurísticas evolucionó hacia diseños híbridos que combinan fortalezas de múltiples algoritmos. Ejemplos incluyen:

Memetic algorithms combinan algoritmos genéticos con búsqueda local intensiva, balanceando exploración global y explotación local [39].

Hyperheuristics operan en nivel meta-algorítmico, seleccionando dinámicamente qué heurística aplicar en cada etapa de búsqueda basándose en características del estado actual [40].

Large neighborhood search (LNS) destruye y reconstruye iterativamente porciones de solución, permitiendo movimientos en espacios más amplios que búsqueda local tradicional [41].

Estos enfoques adaptativos representan transición desde algoritmos con parámetros fijos hacia sistemas que ajustan estrategia de búsqueda según características del problema.

Machine learning y deep learning en NSP (2010-2020)

La década de 2010 presenció integración creciente entre optimización combinatoria e inteligencia artificial, específicamente machine learning (ML) y deep learning (DL). Esta convergencia generó tres líneas de investigación:

1. Predicción de demanda mediante ML

Modelos de ML: random forests, gradient boosting, neural networks, se emplean para predecir tasas de ocupación, flujos de pacientes, y probabilidades de ausentismo, informando parámetros del modelo de scheduling [42]. Esto permite programación proactiva que anticipa picos de demanda.

2. Reinforcement learning (RL) para scheduling

RL formula el agendado como un proceso de decisión de Markov donde un agente aprende la política de asignación mediante interacción con entorno. Deep Q-Networks (DQN) y Proximal Policy Optimization (PPO) han mostrado capacidad de aprender estrategias competitivas con heurísticas expertas tras entrenamiento suficiente [43].

Una ventaja de RL es capacidad de generalización: políticas entrenadas en instancias pueden transferirse a instancias similares sin reentrenamiento completo. Sin embargo, explicabilidad de decisiones que es crítica en sectores regulados, permanece desafiante.

3. Combinatorial optimization mediante DL

Bengio et al. [44] revisaron arquitecturas de DL diseñadas para problemas combinatorios, incluyendo graph neural networks (GNN) que aprenden representaciones de problemas de scheduling y generan soluciones mediante decodificación secuencial. Cappart et al. [45] demostraron que integración de DL con programación por restricciones puede acelerar búsqueda mediante aprendizaje de heurísticas de ramificación.

A pesar de resultados prometedores, adopción práctica de métodos DL en NSP permanece limitada por: (1) requisitos de datos de entrenamiento (miles de instancias resueltas), (2) falta de garantías de factibilidad, y (3) transparencia algorítmica insuficiente para sectores regulados donde decisiones deben justificarse ante autoridades.

4.4 La frontera cuántica: QUBO y optimización cuántica como nuevo paradigma (2015-2024)

El surgimiento del hardware de computación cuántica comercialmente accesible durante la década de 2020 ha abierto una frontera de investigación que explora si los efectos cuánticos pueden proporcionar ventajas computacionales sobre métodos clásicos para problemas de optimización combinatoria. Esta sección examina fundamentos teóricos, estado actual de la tecnología, y aplicaciones preliminares a scheduling, estableciendo contexto para la evaluación empírica realizada en esta tesis.

Fundamentos de QUBO: reformulación cuadrática sin restricciones

De particular relevancia es la formulación Quadratic Unconstrained Binary Optimization (QUBO), que reformula problemas de optimización combinatoria como minimización de función cuadrática sobre variables binarias [14]:

$$\min_{x \in \{0,1\}^n} x^T Q x = \sum_{i=1}^n Q_{ii} x_i + \sum_{i < j} Q_{ij} x_i x_j \quad (4.1)$$

donde $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es matriz simétrica que codifica tanto función objetivo como restricciones mediante términos de penalización. La eliminación de restricciones explícitas permite uso de algoritmos de búsqueda sin garantía de factibilidad en pasos intermedios.

La formulación QUBO es relevante porque: (1) provee interfaz unificada para amplia clase de problemas combinatorios: graph coloring, MAX-SAT, vehicle routing, scheduling, mediante transformación sistemática [46], (2) puede resolverse eficientemente mediante simulated annealing clásico en hardware convencional, y (3) constituye formulación nativa para hardware de optimización cuántica.

Glover et al. [10] proveen tutorial canónico sobre formulación de modelos QUBO, incluyendo procedimientos para transformar restricciones de igualdad ($\sum_i x_i = k$) y desigualdad ($\sum_i x_i \leq k$) en penalizaciones cuadráticas. El desafío crítico es calibración de coeficientes de penalización: valores insuficientes permiten violaciones, mientras valores excesivos distorsionan paisaje de optimización, dificultando búsqueda.

Quantum annealing: principios y hardware actual

El quantum annealing (QA) aprovecha efectos cuánticos como el tunelamiento cuántico y superposición, para explorar espacios de soluciones de forma potencialmente más eficiente que métodos clásicos en ciertos tipos de problemas[15]. A diferencia del simulated annealing clásico que emplea fluctuaciones térmicas para escapar óptimos locales, QA utiliza efectos cuánticos que permiten al sistema 'tunelizar' a través de barreras energéticas sin necesidad de escalarlas.

Principio operativo: La computación cuántica adiabática aborda problemas de optimización mediante un proceso de tres etapas. Primero, el sistema cuántico se inicializa en un estado de *superposición*, lo que significa que representa simultáneamente todas las soluciones candidatas del problema. Segundo, el sistema evoluciona gradualmente desde este estado inicial que es matemáticamente simple, hacia un estado que codifica la estructura del problema a resolver, proceso gobernado por una función de energía denominada Hamiltoniano. Tercero, si esta evolución es suficientemente lenta, el *teorema adiabático* de la mecánica cuántica garantiza que el sistema permanecerá en su estado de mínima energía (*estado fundamental*) a lo largo de toda la transición. Dado que este estado fundamental corresponde precisamente a la solución óptima del problema QUBO, el resultado final de la computación es la asignación de mejor calidad posible. La ventaja respecto a métodos clásicos radica en que el fenómeno de *tunelamiento cuántico* permite al sistema atravesar barreras de energía que atraparían a un algoritmo convencional en soluciones subóptimas.

Hardware actual: Procesadores cuánticos especializados (QPU) comercializados por D-Wave Systems y Quantum Computing Inc. (QCI) implementan arquitectura de quantum annealing [47]. QPUs codifican problemas QUBO directamente en configuraciones de qubits físicos conectados mediante acopladores que representan términos Q_{ij} de la matriz.

Sin embargo, es crucial precisión sobre capacidades actuales. QPUs disponibles para la redacción de este trabajo de tesis tienen limitaciones significativas:

- **Capacidad:** 5,000-6,000 qubits con conectividad parcial (topología Chimera o Pegasus), insuficiente para codificar directamente problemas de scheduling de tamaño organizacional real sin descomposición
- **Ruido cuántico:** Decoherencia y errores de lectura limitan fidelidad de resultados, requiriendo múltiples ejecuciones (típicamente 1,000-10,000) y post-procesamiento estadístico
- **Embedding overhead:** Mapeo de problema lógico a topología física del QPU (minor embedding) consume qubits, reduciendo tamaño efectivo manejable

Aplicaciones de quantum annealing a scheduling: estado actual

La literatura sobre aplicaciones de QA a problemas de scheduling permanece limitada y predominantemente exploratoria. Revisión de trabajos clave revela:

Job shop scheduling: Venturelli et al. [48] reportaron uno de los primeros experimentos con job shop scheduling en hardware D-Wave. Formularon problema como QUBO y compararon resultados contra simulated annealing clásico. Conclusión: la factibilidad técnica queda demostrada pero sin ventaja computacional tiempo-a-solución (time-to-solution, TTS) del QA no superó SA clásico para instancias evaluadas.

Vehicle routing: Toufan et al. [49] evaluaron QA para vehicle routing problem. Para resolver el problema, requirieron descomposición híbrida clásico-cuántica donde subproblemas se resuelven en QPU y coordinación se maneja clásicamente.

Nurse scheduling: Ikeda et al. [50] formularon instancia pequeña de NSP (10 enfermeras, 7 días) como QUBO y resolvieron en D-Wave 2000Q. Resultados mostraron que QA puede encontrar soluciones factibles, pero calidad de solución fue inferior a metaheurísticas clásicas bien calibradas. Los autores concluyeron que hardware actual requiere maduración significativa antes de competitividad con métodos establecidos.

Benchmarking sistemático: Yarkoni et al. [11] condujeron uno de los estudios comparativos más rigurosos entre QA (D-Wave Advantage) y SA clásico en suite de problemas QUBO. Lo que hallaron fue que para problemas con estructura específica (acoplamiento denso, paisaje de optimización rugoso), QA mostró ventaja en TTS, pero para problemas con estructura regular o dispersa, SA clásico fue competitivo o superior.

Limitaciones actuales y proyecciones de madurez

La revisión de literatura revela consenso sobre limitaciones tecnológicas actuales:

1. Capacidad insuficiente: Problemas de scheduling real típicamente requieren 10,000-100,000 variables binarias. Con overhead de embedding, QPUs actuales manejan efectivamente problemas con <1,000 variables sin descomposición.

2. Carencia de ventaja cuántica demostrada: Ninguno de los estudios consultados ha demostrado ventaja cuántica convincente (speedup exponencial o polinómico sobre mejor algoritmo clásico conocido) para problemas de scheduling de relevancia práctica.

3. Sensibilidad a formulación: Desempeño de QA es extremadamente sensible a cómo problema se formula como QUBO: elección de penalizaciones, escalamiento de coeficientes, estructura de términos cuadráticos, requiriendo expertise significativo.

Proyecciones: Análisis de tendencias en desarrollo de hardware sugieren que QPUs con $>10,000$ qubits con conectividad completa o casi-completa, necesarios para competitividad en scheduling real, podrían disponibilizarse en horizonte posterior a 2028 [10]. Sin embargo, progreso depende de solución de desafíos técnicos fundamentales en coherencia cuántica y corrección de errores.

Justificación del enfoque comparativo ILP / QUBO-SA / QA en esta tesis

La inclusión de tres paradigmas en esta tesis responde a dos motivaciones complementarias:

1. Contribución empírica a literatura: Comparaciones sistemáticas de ILP, QUBO-SA clásico, y QA en instancias reales de scheduling con restricciones complejas son escasas en literatura consultada. La mayoría de estudios sobre QA emplean problemas sintéticos o benchmarks académicos sin restricciones operacionales realistas. Este trabajo provee evidencia empírica sobre desempeño relativo en instancia con características organizacionales auténticas: heterogeneidad geográfica, múltiples restricciones duras, horizonte anual.

2. Información para adopción tecnológica: Organizaciones evaluando inversión en tecnologías cuánticas necesitan evidencia concreta sobre capacidades actuales versus proyecciones especulativas. Esta tesis provee caracterización de "preparación cuántica" del modelo operativo, identificando brechas técnicas que hardware debe cerrar antes de competitividad práctica.

Para el problema estudiado: ILP sirve como benchmark de optimalidad (límite superior de calidad alcanzable), QUBO-SA establece baseline de desempeño metaheurístico clásico, y QA documenta estado actual de madurez tecnológica cuántica, estableciendo línea base para evaluaciones futuras conforme hardware evolucione.

4.5 Variantes geográficas y sectoriales del scheduling de personal

Mientras NSP clásico se enfoca en asignación temporal de personal a turnos en localización fija, variantes con componente geográfico introducen complejidad adicional derivada de distribución espacial de tareas o clientes. Esta sección revisa

literatura sobre problemas donde personal especializado debe visitar trabajadores o clientes geográficamente distribuidos que es una estructura análoga al problema de supervisión estudiado en esta tesis.

Home healthcare scheduling (HHSP)

El home healthcare scheduling problem involucra asignar enfermeras o cuidadores a pacientes en sus hogares, considerando ventanas temporales, tiempos de viaje y duraciones de servicio heterogéneas [6]. Rasmussen et al. formularon HHSP como extensión del vehicle routing problem con ventanas temporales (VRPTW), donde enfermeras son vehículos y pacientes son nodos.

Fikar y Hirsch [7] examinaron HHSP con consideraciones de equidad, minimizando desviación estándar de cargas de trabajo entre enfermeras. Su formulación multi-objetivo demuestra trade-offs significativos: soluciones óptimas en costo exhiben desigualdad sustancial en carga de trabajo, mientras imponer equidad estricta aumenta costos 15-20 %.

Característica distintiva: En HHSP, tiempos de viaje son variables continuas calculadas como función de distancias entre pacientes. Ubicación afecta cuánto tiempo toma desplazarse, pero no determina categóricamente duración de la visita.

Field service technician scheduling (FSTSP)

El field service technician scheduling problem involucra programar técnicos que atienden solicitudes de servicio en localizaciones distribuidas [3]. Castillo-Salazar et al. desarrollaron framework integrando routing decisions (qué técnico atiende qué cliente) con scheduling decisions (cuándo se realiza cada servicio), considerando habilidades heterogéneas y requisitos de múltiples visitas para tareas complejas.

Kovacs et al. [51] estudiaron FSTSP dinámico donde nuevas solicitudes arriban durante ejecución, requiriendo reoptimización online. Su enfoque adaptativo combina large neighborhood search con política de aceptación basada en impacto esperado sobre función objetivo.

Característica distintiva: FSTSP típicamente incorpora restricciones geográficas como soft constraints la minimización del tiempo de viaje total, permitiendo trade-offs con otros objetivos.

Supervisory visit scheduling

Literatura específica sobre scheduling de visitas de supervisión es limitada comparada con HHSP o FSTSP. Dohn et al. [52] estudiaron la asignación de personal para supervision en aeropuertos. Su formulación mediante column generation les permitió generar soluciones eficientes satisfaciendo ventanas temporales estrictas.

Drexler et al. [53] clasifica los diferentes tipos de sincronización entre vehículos (espacial, temporal, de carga, de operaciones conjuntas, con precedencias, etc.), revisa aplicaciones reales en los que se requiere que dos o más personas visiten simultáneamente a un cliente o sitio (por ejemplo, en auditorías, inspecciones de seguridad, mantenimiento complejo, home health care con procedimientos que necesitan varios cuidadores, o supervisión conjunta en instalaciones).

Brecha de investigación identificada: heterogeneidad geográfica discreta

La revisión de literatura sobre variantes geográficas revela que modelos existentes tratan ubicación como variable continua que afecta tiempos de viaje o costos de desplazamiento, pero no como variable categórica que determina discretamente estructura temporal de la visita.

El problema estudiado en esta tesis, donde asesores metropolitanos requieren visitas de un día mientras asesores del interior requieren bloques de tres días consecutivos, presenta forma de heterogeneidad geográfica no documentada en literatura previa. Esta distinción no es meramente técnica: necesidad de bloques de duración discreta genera restricciones de integridad temporal ausentes en formulaciones estándar de HHSP o FSTSP.

Mientras HHSP/FSTSP modelan tiempo de viaje como parámetro continuo t_{ij} entre localizaciones i y j , el problema de esta tesis requiere restricciones binarias que fuerzan ocupación de bloques completos: $x_{i,t} = 1 \Rightarrow x_{i,t+1} = x_{i,t+2} = 1$ para asesores del interior. Esta estructura genera acoplamiento temporal no presente en modelos de routing estándar.

4.6 Tendencias actuales: personalización, equidad y sistemas explicables

Personalización y bienestar del personal

Una tendencia prominente en años recientes es personalización de modelos de programación. Creciente preocupación por bienestar y salud mental del personal ha impulsado desarrollo de sistemas que incorporan explícitamente preferencias individuales en función objetivo [54].

Enfoques basados en goal programming permiten ponderar simultáneamente eficiencia operativa y satisfacción del personal, logrando reducciones en rotación laboral. Sistemas participativos donde trabajadores interactúan con algoritmo mediante interfaces colaborativas han mostrado en general mayor aceptación [55].

Equidad algorítmica y métricas objetivas

Énfasis contemporáneo en equidad algorítmica refleja cambio de paradigma: ya no basta lograr soluciones eficientes; se requiere garantizar asignaciones justas y éticamente aceptables [23].

Martin et al. formalizaron concepto mediante coeficiente de Gini aplicado a distribución de turnos no deseados, estableciendo métricas cuantitativas para medir equidad. Desde entonces, literatura ha evolucionado hacia modelos de optimización justa multiobjetivo, buscando equilibrio entre eficiencia global y justicia distributiva.

Relevancia para esta tesis: La incorporación del coeficiente de Gini como métrica de evaluación, posteriormente minimizado mediante optimización, alinea este trabajo con frontera de investigación en equidad algorítmica para scheduling.

Integración con sistemas hospitalarios inteligentes

Hospitales transitan hacia ecosistema digital donde sistemas de recursos humanos, gestión clínica, planificación operativa se comunican continuamente. NSP ha comenzado integrarse con decision support systems (DSS) y hospital information systems (HIS), permitiendo programación adaptativa basada en datos tiempo real [56].

Cada vez más es común ver sistemas de gestión hospitalaria con módulos de predicción de demanda (tasas de ocupación, flujos de pacientes) permite ajustar horarios proactivamente, anticipando picos de trabajo mediante modelos estocásticos que analizan patrones históricos.

Transparencia algorítmica y explicabilidad

La irrupción de técnicas avanzadas de IA ha abierto posibilidades en automatización, pero plantea desafíos de explicabilidad. En entornos sensibles como salud, transparencia es esencial para aceptación de decisiones automatizadas [29].

Los modelos explicables permiten a gestores comprender por qué trabajador recibe asignación específica y cómo se ponderan criterios de equidad, experiencia o preferencia. Esta capacidad es particularmente crítica en sectores regulados donde decisiones deben justificarse ante autoridades.

En este trabajo, la elección de ILP como método principal responde parcialmente a imperativo de explicabilidad: formulaciones de programación entera con restricciones explícitas proveen transparencia requerida en contextos regulados como lo es la Administración de Fondos de Ahorro Previsional.

4.7 Scheduling en contextos regulados: imperativo de gobernanza

La Programación de personal en sectores regulados tales como financiero, farmacéutico, aviación y los fondos de pensión presenta características distintivas que afectan formulación matemática de problemas de scheduling. En contextos de alta regulación, mecanismos de control de calidad no son prácticas voluntarias sino requisitos legales sujetos a auditoría por autoridades supervisoras.

Para las administradoras de fondos de ahorro previsional en el Uruguay, la Superintendencia de Servicios Financieros (SSF) exige documentación de control de calidad del servicio, con capacidad de sancionar incumplimientos [28].

Por esta razón, reglas de programación que en otros contextos serían preferencias negociables se vuelven restricciones duras inquebrantables. Cobertura mínima, espaciamientos temporales, exclusión de días no laborables no admiten violación, lo que refleja un imperativo de gobernanza en un sector regulado donde la factibilidad legal precede a la optimización de preferencias.

Esta definición puede representar una dificultad adicional en la determinación de soluciones. Defraeye y Van Nieuwenhuyse [9] demostraron que aumento en proporción de restricciones duras reduce espacio de soluciones factibles exponencialmente: instancias con 80 % de restricciones hard pueden tener 1000x menos soluciones admisibles que instancias con 50 % hard.

4.8 Gaps identificados en la literatura actual

A pesar de cinco décadas de investigación activa, revisión de literatura revela tres gaps específicos que esta tesis aborda:

Gap 1: Heterogeneidad geográfica con duraciones de visita discretas

Estado actual de literatura: Modelos de scheduling con componente geográfico (HHSP, FSTSP) tratan ubicación como variable continua que afecta tiempo de viaje, modelado como parámetro $t_{ij} \in \mathbb{R}^+$ entre localizaciones. Duración de servicio típicamente se asume constante o depende de tipo de tarea, no de ubicación geográfica del cliente.

Gap: Ningún trabajo publicado documenta formulación donde ubicación geográfica determina categóricamente duración de bloque de visita mediante estructura discreta: $d_i \in \{1, 3\}$ días dependiendo de si asesor es metropolitano o del interior. Esta distinción genera restricciones de integridad de bloque ($x_{i,t} = 1 \Rightarrow x_{i,t+1} = x_{i,t+2} = 1$) ausentes en modelos de routing/scheduling estándar.

Gap 2: Optimización de equidad bajo restricciones enteramente duras

Estado actual de literatura: Trabajos sobre equidad en scheduling como Martin et al. [23], incorporan métricas de equidad como restricciones blandas violables con penalización, o como objetivo secundario tras garantizar factibilidad operativa básica. Este enfoque permite trade-offs entre equidad y eficiencia.

Gap: En sectores regulados donde variaciones en la calidad del servicio pueden generar observaciones de autoridades supervisoras, la supervisión que fija estándares de servicio no es preferencia negociable sino propiedad exigible. Literatura carece de estudios que demuestren que métricas objetivas de equidad (coeficiente de Gini) pueden optimizarse mientras se mantiene satisfacción estricta de todas las restricciones regulatorias como hard constraints sin violación permitida.

Gap 3: Comparación empírica sistemática de paradigmas clásicos y cuánticos

Estado actual de literatura: Literatura sobre quantum annealing para scheduling consiste predominantemente en: (a) trabajos teóricos sobre formulación QUBO y complejidad computacional cuántica, (b) experimentos con instancias sintéticas o

benchmarks académicos pequeños, (c) estudios que reportan factibilidad técnica sin comparación rigurosa contra métodos clásicos bien calibrados.

Estudios comparativos existentes como el de Venturelli et al. [48] evalúan problemas específicos (job shop, vehicle routing) pero no scheduling de supervisión con múltiples restricciones duras y componente geográfico.

Gap: Carencia de benchmarks empíricos que comparen sistemáticamente ILP, QUBO-SA clásico, y quantum annealing en instancia de scheduling con características organizacionales auténticas: restricciones regulatorias múltiples, heterogeneidad geográfica, horizonte anual, métricas de equidad.

4.9 Posicionamiento y contribución del problema de investigación

La revisión presentada establece el andamiaje conceptual para el problema central de esta tesis: la programación anual de visitas de supervisión a asesores previsionales en una AFAP uruguaya, donde 32 asesores únicos distribuidos entre la zona metropolitana e interior del país deben recibir supervisión periódica bajo un marco regulatorio estricto. El problema se posiciona en la intersección de tres corrientes de literatura y, en esa convergencia, constituye una instancia no documentada en la literatura de investigación de operaciones.

La primera corriente es la de *scheduling* combinatorio NP-hard. El problema comparte estructura fundamental con el *Nurse Scheduling Problem*: asignación de recursos limitados a oportunidades temporales bajo restricciones de cobertura, capacidad y espaciamiento. Sin embargo, la heterogeneidad geográfica discreta, que impone bloques de 1 día para la zona metropolitana y 3 días para el interior, introduce una dimensión estructural ausente en la literatura canónica del NSP, donde los recursos son homogéneos o su diferenciación no afecta la granularidad temporal de la asignación.

La segunda corriente es la de gobernanza en sectores regulados. El marco normativo de la SSF exige que la factibilidad legal anteceda a cualquier optimización de preferencias, lo que se traduce en un régimen de restricciones enteramente duras. Este enfoque contrasta con la literatura mayoritaria, que trata equidad y preferencias como restricciones blandas penalizables. Más allá de la AFAP estudiada, este tratamiento establece un precedente metodológico para sectores donde el cumplimiento normativo es inquebrantable: banca, seguros, infraestructura crítica y donde la literatura de *operations research* permanece escasa.

La tercera corriente es la de equidad distributiva formalizada en *scheduling*. La incorporación del coeficiente de Gini como métrica de evaluación responde a literatura emergente que exige objetividad matemática en la distribución de cargas. La novedad aquí no es el coeficiente en sí, sino demostrar su alcanzabilidad como objetivo exigible bajo un régimen de restricciones enteramente duras, sin recurrir a relajaciones ni penalizaciones.

La Figura 4.1 sintetiza esta intersección. Los enfoques de solución revisados: ILP exacto, heurísticas constructivas y metaheurísticas, proveen el marco metodológico desarrollado en los capítulos siguientes. Adicionalmente, la tesis conduce un experimento comparativo entre ILP, QUBO-SA y *quantum annealing*, aportando evidencia empírica sobre el desempeño relativo de tres generaciones tecnológicas en una instancia con complejidad organizacional real, y documentando las brechas que el hardware cuántico debe cerrar antes de alcanzar competitividad con métodos establecidos.

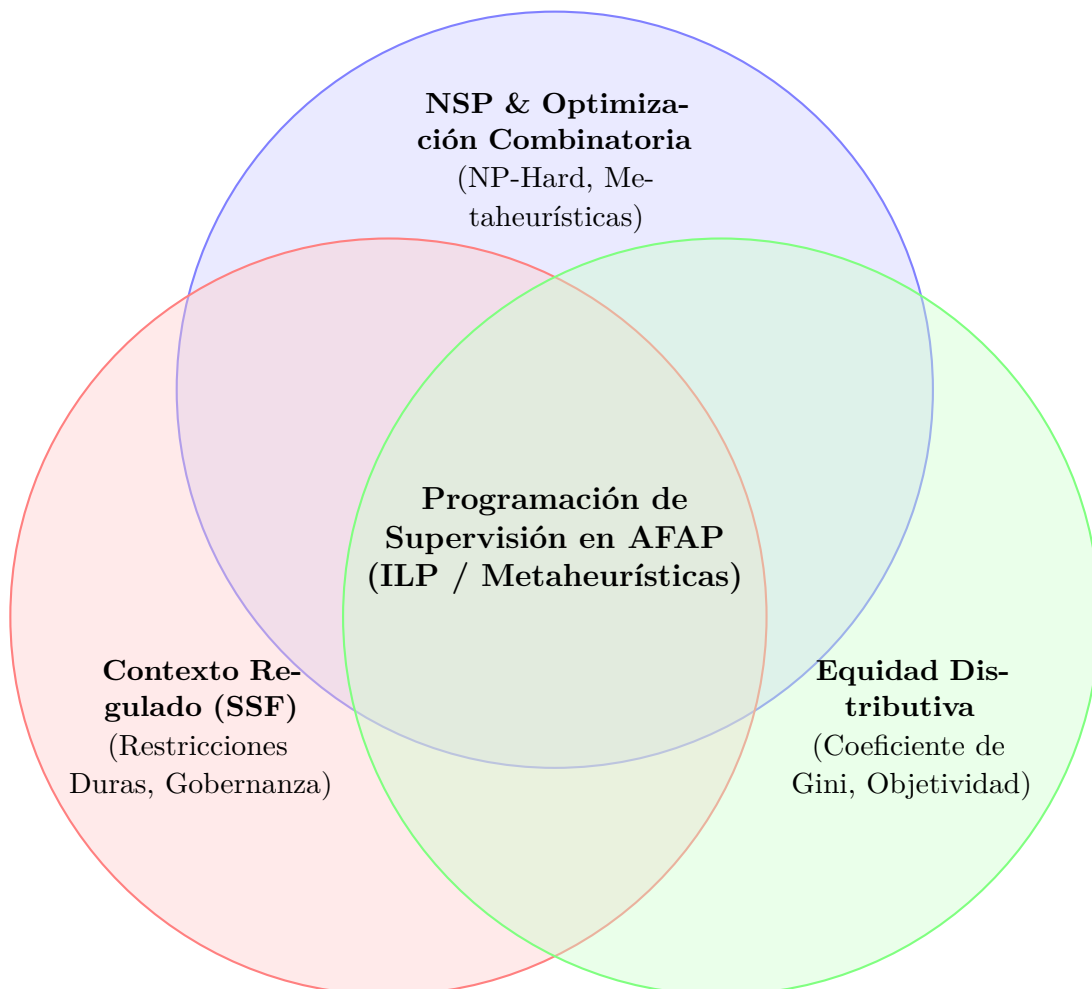


Figura 4.1: Posicionamiento del problema de investigación en la intersección de tres corrientes de literatura.

4.10 Síntesis y transición a formulación del problema

Este capítulo ha trazado evolución del Nurse Scheduling Problem desde formulaciones pioneras de Warner y Miller (1976) hasta fronteras actuales de computación cuántica, identificando transiciones metodológicas que definen cada época: métodos exactos (1970s), heurísticas constructivas (1980s), metaheurísticas (1990s), optimización híbrida e IA (2000-2020), y quantum computing (2020-presente).

La revisión revela que mientras NSP como campo ha alcanzado madurez significativa, variantes específicas particularmente scheduling de supervisión con heterogeneidad geográfica discreta en contextos regulados, permanecen subexploradas. Los tres gaps identificados (heterogeneidad geográfica discreta, equidad bajo restricciones duras, comparación empírica de paradigmas cuánticos) establecen justificación para contribución de esta tesis.

El siguiente capítulo desarrolla formulación matemática del problema estudiado, incorporando: (1) restricciones de integridad de bloque temporal de visitas por distanciamiento geográfico, (2) tratamiento de todas las reglas como hard constraints sin violación permitida, y (3) coeficiente de Gini como métrica de equidad. Esta formulación materializa el posicionamiento teórico establecido en este capítulo, traduciendo gaps identificados en modelo operacional resoluble mediante los tres paradigmas computacionales evaluados.

5 Formulación Matemática

Este capítulo presenta la formulación matemática del problema de supervisión de asesores previsionales como una adaptación directa del *Nurse Scheduling Problem* (NSP) clásico. Se describe, en primer lugar, la correspondencia formal entre los elementos del modelo original y los del problema adaptado; a continuación se justifica la reducción dimensional que da lugar a la notación bidimensional adoptada en este trabajo; posteriormente se presenta la estructura de asignación de turnos —incluyendo la distinción entre visitas de un día y de tres días—; se expone el modelo completo con todas sus restricciones; y finalmente se define la versión reducida o *toy model*, diseñada para su ejecución en plataformas cuánticas con limitaciones actuales de escalabilidad.

5.1 Del Modelo Clásico al Problema de Supervisión de Asesores

El NSP clásico busca asignar un conjunto de enfermeras a turnos y días de manera que se satisfagan simultáneamente las restricciones operativas del servicio (cobertura mínima y máxima por turno) y las condiciones laborales del personal (descanso, días libres, distribución equitativa de carga). Su formulación estándar define una variable binaria tridimensional $x_{i,j,k}$, donde i indexa la enfermera, j el día y k el turno dentro del día.

En el presente trabajo, el dominio se traslada desde un servicio hospitalario hacia una unidad de asesores previsionales. La pregunta central es análoga: ¿qué días se debe supervisar cada asesor para cumplir con los objetivos de cobertura y descanso, distribuyendo la carga de forma equitativa? La Tabla 5.1 resume la correspondencia formal entre los dos dominios.

Cuadro 5.1: Correspondencia entre el NSP clásico y el problema adaptado.

Elemento	NSP clásico	Problema adaptado
Agente programable	Enfermera $i \in N$	Asesor $a \in A$
Horizonte temporal	Día $j \in D$	Día $j \in D$
Sub-período diario	Turno $k \in S$	<i>Suprimido</i> (jornada completa)
Duración del turno	Fija (8h, 12h, etc.)	Variable: 1 ó 3 días por tipo de asesor
Variable de decisión	$x_{i,j,k} \in \{0, 1\}$	$x_{a,j} \in \{0, 1\}$
Cota de cobertura	$L_{j,k} \leq \cdot \leq U_{j,k}$	$L_j \leq \cdot \leq U_j$
Días no disponibles	$V_i \subseteq D$	$W_a \subseteq D$
Criterio de equidad	Diverso (MAD, max-min)	Índice de Gini sobre días trabajados
Tamaño del problema	$ N \times D \times S $	$ A \times D $

Gracias a esta correspondencia, todas las propiedades matemáticas del NSP se transfieren al problema adaptado. La diferencia fundamental reside en: (i) la eliminación de la dimensión de turnos intra-día, (ii) la introducción de visitas de duración variable (1 ó 3 días), y (iii) la adopción del coeficiente de Gini como función objetivo de equidad.

Complejidad computacional. El NSP clásico es NP-Hard en el caso general [57] [58], resultado que se transfiere directamente al problema de supervisión de asesores por reducción polinomial: cualquier instancia del NSP puede codificarse como una instancia del problema adaptado asignando $\delta_a = 1$ para todos los asesores, identificando días con turnos y suprimiendo la restricción de inicio en martes. Formalmente, si existiera un algoritmo polinomial para resolver (P), podría usarse para resolver el NSP en tiempo polinomial, contradiciendo la conjetura $P \neq NP$. Este resultado justifica la búsqueda de métodos heurísticos, exactos de propósito especial (branch-and-bound sobre ILP) y cuánticos para instancias de escala real, y constituye la motivación técnica central de la presente tesis.

5.2 Simplificación del Modelo: Notación Bidimensional

El modelo estándar del NSP emplea la variable tridimensional $x_{i,j,k}$ porque el personal puede ser asignado a distintos tipos de jornada dentro de un mismo día. En el problema de supervisión de asesores previsionales, éstos operan bajo una única modalidad de jornada completa por día: no existe distinción entre sub-turnos.

Esta característica permite suprimir la dimensión k y adoptar la notación reducida bidimensional:

$$x_{a,j} \in \{0, 1\}, \quad \forall a \in A, \forall j \in D, \quad (5.1)$$

donde $x_{a,j} = 1$ si el asesor a tiene asignada una visita de supervisión que *comienza* en el día j , y $x_{a,j} = 0$ en caso contrario.

Para un horizonte con $|A|$ asesores, $|D|$ días y $|S|$ turnos, el número de variables binarias se reduce de $|A| \cdot |D| \cdot |S|$ (modelo tridimensional) a $|A| \cdot |D|$ (modelo bidimensional). En un escenario de referencia con $|A| = 10$, $|D| = 14$ y $|S| = 3$, esto representa una reducción de 420 a 140 variables, con impacto directo en la viabilidad computacional de los solvers cuánticos basados en QUBO, siempre dependiente del tamaño de $|A|$ y $|D|$.

5.3 Estructura de Asignación: Visitas de Duración Variable

Una particularidad central de este problema, que lo distingue del NSP clásico, es que los asesores no comparten una duración de visita uniforme. Cada asesor a pertenece a exactamente uno de dos grupos:

- **Asesores de visita simple** ($a \in A_1$): una visita ocupa un único día. Cuando $x_{a,j} = 1$, el asesor es supervisado únicamente el día j .
- **Asesores de visita triple** ($a \in A_3$): una visita ocupa tres días consecutivos. Cuando $x_{a,j} = 1$, el asesor es supervisado los días j , $j + 1$ y $j + 2$.

Con $A_1 \cup A_3 = A$ y $A_1 \cap A_3 = \emptyset$ -es decir, no existe asesor con visitas triples y visitas simples a la misma vez-, el número de días efectivamente trabajados por el asesor a en el horizonte es:

$$d_a = \sum_{j \in D} \delta_a \cdot x_{a,j}, \quad \text{donde } \delta_a = \begin{cases} 1 & \text{si } a \in A_1, \\ 3 & \text{si } a \in A_3. \end{cases} \quad (5.2)$$

Esta distinción tiene implicaciones directas sobre las restricciones de descanso (el período de recuperación se computa desde el último día de la visita, no desde el primero) y sobre la restricción de inicio de turno (las visitas triples deben comenzar en martes, de modo que los tres días caigan en martes, miércoles y jueves).

5.4 Conjuntos y Parámetros

Cuadro 5.2: Conjuntos y parámetros del modelo completo.

Símbolo	Descripción
A	Conjunto de asesores, $a \in \{1, \dots, A \}$
A_1	Subconjunto de asesores con visitas de 1 día, $A_1 \subseteq A$
A_3	Subconjunto de asesores con visitas de 3 días, $A_3 \subseteq A$
D	Conjunto de días del horizonte, $j \in \{1, \dots, D \}$
F	Conjunto de feriados y días de vacaciones del supervisor, $F \subset D$
W_a	Subconjunto de días de licencia, o vacaciones del asesor a
M	Conjunto de martes del horizonte, $M \subset D$
L_j	Número mínimo de asesores activos requeridos en el día j
U_j	Número máximo de asesores activos permitidos en el día j
δ_a	Duración de la visita del asesor a en días ($\delta_a \in \{1, 3\}$)
R^+	Número máximo de días consecutivos de trabajo permitidos
R^-	Número mínimo de días de descanso tras completar R^+ días consecutivos
T_a^-	Mínimo de días trabajados por el asesor a en el horizonte
T_a^+	Máximo de días trabajados por el asesor a en el horizonte

5.5 Variable de Decisión

La única variable de decisión primaria del modelo es la definida en la Ecuación 5.1. Para capturar la cobertura efectiva en cada día —considerando que las visitas triples contribuyen a más de un día—, se introduce la variable de presencia efectiva:

$$p_{a,j} = \sum_{t=\max(1, j-\delta_a+1)}^j x_{a,t}, \quad \forall a \in A, \forall j \in D, \quad (5.3)$$

donde $p_{a,j} \in \{0, 1\}$ vale 1 si el asesor a está físicamente presente en el día j (ya sea porque una visita comenzó en j o en los $\delta_a - 1$ días anteriores). Se verifica que $p_{a,j}$ es lineal en x y no requiere variables adicionales.

Se introducen además variables de holgura $s_j^-, s_j^+ \geq 0$ para cuantificar la infra-cobertura y sobre-cobertura en cada día j , y variables auxiliares $d_a \geq 0$ para los días trabajados por cada asesor (definidos en Ecuación 5.2).

Proposición 5.1 ($p_{a,j} \in \{0, 1\}$). *Bajo las restricciones del modelo, la variable de presencia efectiva $p_{a,j}$ definida en (5.3) toma valores en $\{0, 1\}$ para todo $a \in A$ y $j \in D$.*

Demostración. Por definición, $p_{a,j}$ es una suma de variables binarias $x_{a,t}$, por lo que $p_{a,j} \geq 0$ y $p_{a,j} \in \mathbb{Z}$. Resta demostrar que $p_{a,j} \leq 1$, es decir, que a lo sumo una de las variables $x_{a,t}$ en la ventana $[\max(1, j - \delta_a + 1), j]$ puede valer 1 simultáneamente. Supóngase que $x_{a,t_1} = 1$ y $x_{a,t_2} = 1$ con $t_1 < t_2 \leq t_1 + \delta_a - 1$, es decir, dos visitas del asesor a que se solapan. Entonces el asesor estaría presente en el día t_2 tanto por la visita iniciada en t_1 como por la iniciada en t_2 , lo que viola la restricción de asignación única (M3, ecuación (5.12)). Por contradicción, $p_{a,j} \leq 1$ para todo a, j , y en consecuencia $p_{a,j} \in \{0, 1\}$. \square

5.6 Función Objetivo: Minimización del Índice de Gini

El criterio de equidad adoptado en este trabajo es el **índice de Gini** sobre la distribución de días trabajados $\{d_a\}_{a \in A}$, definido como:

$$G = \frac{\sum_{a \in A} \sum_{b \in A} |d_a - d_b|}{2|A| \sum_{a \in A} d_a}. \quad (5.4)$$

Dado que la restricción de cobertura fija el total de días supervisados $\sum_a d_a$ (constante para una instancia dada), minimizar G es equivalente a minimizar el numerador:

$$\text{mín} \quad \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} |d_a - d_b|. \quad (5.5)$$

Linearización. La función de valor absoluto se lineariza introduciendo variables auxiliares $\Delta_{a,b} := |d_a - d_b| \geq 0$ para cada par $(a, b) \in A \times A$:

$$\Delta_{a,b} \geq d_a - d_b, \quad \forall a, b \in A, \quad (5.6)$$

$$\Delta_{a,b} \geq d_b - d_a, \quad \forall a, b \in A. \quad (5.7)$$

La función objetivo linealizada queda:

$$\boxed{\text{mín} \quad \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \Delta_{a,b}} \quad (5.8)$$

sujeto a (5.6)–(5.7) y a todas las restricciones del modelo.

Observación sobre el doble conteo. La suma en (5.5) incluye ambos pares (a, b) y (b, a) , de modo que cada diferencia se contabiliza dos veces, y los términos diagonales $a = b$ contribuyen con cero. Esto no afecta el óptimo, pero al reportar el valor del índice de Gini debe aplicarse el normalizador de (5.4).

5.7 Restricciones

M1 y M2 — Cobertura mínima y máxima por día

Cada día $j \notin F$ debe contar con un número de asesores físicamente presentes dentro del rango operativo establecido. Las desviaciones se capturan mediante variables de holgura no negativas:

$$\sum_{a \in A} p_{a,j} + s_j^- - s_j^+ = L_j, \quad \forall j \in D \setminus F, \quad (5.9)$$

$$\sum_{a \in A} p_{a,j} \leq U_j, \quad \forall j \in D \setminus F, \quad (5.10)$$

$$s_j^-, s_j^+ \geq 0, \quad \forall j \in D. \quad (5.11)$$

Nota sobre la implementación base. En la instancia operativa actual se tiene $L_j = U_j = c$ (constante), lo que convierte (5.9) en una igualdad estricta. Esta parametrización es válida siempre que el conjunto de restricciones admita solución

factible; en caso contrario, relajar $L_j < U_j$ permite al *solver* encontrar soluciones aproximadas penalizando las desviaciones.

M3 — Asignación única diaria

En el modelo bidimensional, la variable $x_{a,j} \in \{0, 1\}$ garantiza por construcción que la supervisión no puede iniciar más de una visita el mismo día. No obstante, dado que las visitas triples ocupan tres días, se debe adicionalmente impedir que se inicie una nueva visita mientras otra está en curso:

$$\sum_{t=\max(1, j-\delta_a+1)}^j x_{a,t} \leq 1, \quad \forall a \in A, \forall j \in D. \quad (5.12)$$

Esta restricción es equivalente a exigir $p_{a,j} \leq 1$ para todo a y j , y está implícitamente satisfecha siempre que se respeten las restricciones de descanso (S3).

M4 — Límite de días trabajados en el horizonte

Para cada asesor se establecen cotas inferior y superior sobre el total de días trabajados, excluyendo los días de licencia W_a que no computan como días laborales:

$$T_a^- \leq d_a \leq T_a^+, \quad \forall a \in A. \quad (5.13)$$

Si bien la restricción M4 establece límites sobre la cantidad total de días trabajados por cada asesor dentro del horizonte de planificación, en la implementación computacional no se incorpora explícitamente su cota superior. Esto se debe a que dicha cota queda implícitamente acotada por la interacción entre las restricciones de cobertura (M1–M2) y las restricciones de secuencia de trabajo y descanso (S5).

En particular, las restricciones S5 limitan la cantidad máxima de días consecutivos que un asesor puede trabajar antes de requerir períodos de descanso obligatorios. Como consecuencia, el modelo induce naturalmente una cota superior sobre el número total de días trabajados, aun cuando esta no se imponga de manera explícita mediante M4. Por tanto, incluir adicionalmente dicha restricción no modifica el conjunto de soluciones factibles y únicamente incrementaría el tamaño de la formulación.

S1 — Días no disponibles (feriados, vacaciones y días bloqueados)

Ningún asesor puede tener una visita asignada en días de feriado nacional, vacaciones del supervisor, o días de licencia propios:

$$x_{a,j} = 0, \quad \forall a \in A, \forall j \in F \cup W_a. \quad (5.14)$$

Para los asesores de visita triple ($a \in A_3$), la restricción se extiende: si cualquiera de los días $j, j + 1, j + 2$ cae en $F \cup W_a$, el inicio de visita en j queda bloqueado:

$$x_{a,j} = 0, \quad \forall a \in A_3, j \text{ tal que } \{j, j + 1, j + 2\} \cap (F \cup W_a) \neq \emptyset. \quad (5.15)$$

S2 — Inicio de visita triple en martes

Las visitas de tres días deben comenzar obligatoriamente en martes, garantizando que ocupen martes, miércoles y jueves sin cruzar fin de semana ni lunes:

$$x_{a,j} = 0, \quad \forall a \in A_3, j \notin M. \quad (5.16)$$

Combinada con (5.15), esta restricción bloquea también los martes en los que el miércoles o el jueves corresponden a feriado.

S3 — Límite de desborde del horizonte

Ninguna visita triple puede comenzar tan cerca del final del horizonte que sus días $j + 1$ o $j + 2$ queden fuera del rango planificado:

$$x_{a,j} = 0, \quad \forall a \in A_3, j > |D| - \delta_a + 1. \quad (5.17)$$

S4 — Máximo de días consecutivos de supervisión

Ningún asesor puede salir en jornada de supervisión más de R^+ días consecutivos. La restricción se formula como una suma deslizante sobre la presencia efectiva:

$$\sum_{t=j}^{j+R^+} p_{a,t} \leq R^+, \quad \forall a \in A, \forall j \in D : j + R^+ \leq |D|. \quad (5.18)$$

S5 — Descanso mínimo tras una secuencia de trabajo

Tras completar una secuencia de R^+ días consecutivos, el asesor debe tomar al menos R^- días libres. Sea $y_{a,j} \in \{0, 1\}$ una variable auxiliar binaria definida como:

$$y_{a,j} = 1 \iff \sum_{t=j-R^+}^{j-1} p_{a,t} = R^+, \quad \forall a \in A, j \geq R^+ + 1. \quad (5.19)$$

Esto es, $y_{a,j}$ vale 1 cuando el asesor llega al día j habiendo completado una secuencia máxima de R^+ días trabajados. La restricción de descanso mínimo exige que, si $y_{a,j} = 1$, los siguientes R^- días sean libres:

$$\sum_{t=j}^{j+R^- - 1} (1 - p_{a,t}) \geq R^- \cdot y_{a,j}, \quad \forall a \in A, \forall j \in D. \quad (5.20)$$

La variable auxiliar $y_{a,j}$ se computa mediante la siguiente linearización estándar. Definiendo $\sigma_{a,j} = \sum_{t=j-R^+}^{j-1} p_{a,t}$:

$$y_{a,j} \geq \frac{\sigma_{a,j} - (R^+ - 1)}{1}, \quad (5.21)$$

$$y_{a,j} \leq \frac{\sigma_{a,j}}{R^+}. \quad (5.22)$$

Nota de implementación. En la implementación en Gurobi, la restricción S5 se codifica de forma equivalente mediante la ventana deslizante: $\sum_{k=j-\delta_a-R^-+1}^j x_{a,k} \leq 1$, que evita la introducción explícita de $y_{a,j}$ al costo de una formulación menos interpretable. Ambas formas son equivalentes bajo la hipótesis de que los parámetros sean enteros positivos.

Proposición 5.2 (S5 implica S4 cuando $R^- \geq 1$). *Si la restricción S5 (5.20) está activa con $R^- \geq 1$, entonces la restricción S4 (5.18) es redundante y queda implícitamente satisfecha.*

Demostración. Supóngase que existe un asesor a y un día j tal que $\sum_{t=j}^{j+R^+} p_{a,t} = R^+ + 1$, violando S4. Esto implica que el asesor trabajó R^+ días consecutivos y además el día $j + R^+$, es decir, completó una secuencia de R^+ días (activando $y_{a,j+1} = 1$ en la definición (5.19)) y aun así $p_{a,j+R^+} = 1$. Pero S5 exige que si $y_{a,j+1} = 1$, entonces $\sum_{t=j+1}^{j+R^-} (1 - p_{a,t}) \geq R^-$, lo que requiere al menos un $t \in [j + 1, j + R^-]$ con $p_{a,t} = 0$, contradiciendo la hipótesis de continuidad. Por lo tanto S5 previene cualquier violación de S4, y S4 es redundante en presencia de S5 con $R^- \geq 1$. \square

S4 se mantiene explícita en la formulación por dos razones prácticas: (i) facilita la interpretación del modelo al lector y (ii) mejora la relajación lineal continua del ILP, lo que típicamente reduce el tiempo de resolución en Gurobi al proporcionar cotas más ajustadas en el *branch-and-bound*.

5.8 Factibilidad del modelo

Un calendario se considera factible si existe al menos una asignación de variables binarias $x_{a,j}$ que satisface simultáneamente todas las restricciones duras del modelo, incluyendo las restricciones de cobertura, asignación única, límites de días trabajados, exclusiones de calendario, inicio válido de visitas triples, no desborde del horizonte, máximo de días consecutivos de supervisión y descanso mínimo posterior.

En consecuencia, el modelo se considera infactible cuando no existe ninguna configuración de supervisiones capaz de cumplir todas estas condiciones al mismo tiempo. Desde una perspectiva operacional, la infactibilidad no representa un error del *solver*, sino la evidencia formal de que los requerimientos definidos para una instancia son mutuamente incompatibles bajo el horizonte, la disponibilidad y los recursos considerados.

5.9 Formulación Compacta del Modelo

El modelo de programación lineal entera mixta puede escribirse de forma compacta como:

$$\text{mín} \quad \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \Delta_{a,b} \quad (\text{P})$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{a \in A} p_{a,j} + s_j^- - s_j^+ = L_j, \quad \forall j \in D \setminus F \quad (\text{M1-M2a})$$

$$\sum_{a \in A} p_{a,j} \leq U_j, \quad \forall j \in D \setminus F \quad (\text{M1-M2b})$$

$$\sum_{t=\max(1, j-\delta_a+1)}^j x_{a,t} \leq 1, \quad \forall a \in A, \forall j \in D \quad (\text{M3})$$

$$T_a^- \leq d_a \leq T_a^+, \quad \forall a \in A \quad (\text{M4})$$

$$x_{a,j} = 0, \quad \forall a \in A, j \in F \cup W_a \quad (\text{S1})$$

$$x_{a,j} = 0, \quad \forall a \in A_3, j \notin M \quad (\text{S2})$$

$$x_{a,j} = 0, \quad \forall a \in A_3, j > |D| - \delta_a + 1 \quad (\text{S3})$$

$$\sum_{t=j}^{j+R^+} p_{a,t} \leq R^+, \quad \forall a \in A, j + R^+ \leq |D| \quad (\text{S4})$$

$$\sum_{t=j}^{j+R^- - 1} (1 - p_{a,t}) \geq R^- \cdot y_{a,j}, \quad \forall a \in A, \forall j \in D \quad (\text{S5})$$

$$d_a = \delta_a \sum_{j \in D} x_{a,j}, \quad \forall a \in A \quad (\text{def } d)$$

$$p_{a,j} = \sum_{t=\max(1, j-\delta_a+1)}^j x_{a,t}, \quad \forall a \in A, \forall j \in D \quad (\text{def } p)$$

$$\Delta_{a,b} \geq d_a - d_b, \quad \forall a, b \in A \quad (\text{lin}^+)$$

$$\Delta_{a,b} \geq d_b - d_a, \quad \forall a, b \in A \quad (\text{lin}^-)$$

$$x_{a,j} \in \{0, 1\}, \quad \Delta_{a,b}, s_j^\pm, d_a \geq 0, \quad \forall a, b \in A, \forall j \in D \quad (\text{dom})$$

Nota sobre la implementación. Las variables $p_{a,j}$ y s_j^\pm pertenecen a la formulación teórica general, pero no se declaran de forma explícita en la implementación computacional. La variable $p_{a,j}$ se evalúa como expresión inline mediante `quicksum`, evitando agregar columnas al modelo. Las holguras s_j^\pm son innecesarias porque la instancia operativa impone cobertura exacta ($L_j = U_j = 1$), de modo que M1–M2 se convierten en igualdad estricta sin penalizar desviaciones. Esta diferencia explica la discrepancia entre el conteo teórico de variables y las 10.611 columnas reportadas por Gurobi.

5.10 Análisis de Escala del Modelo

Una vez establecida la formulación, es útil cuantificar el tamaño del programa lineal resultante en función de los parámetros del problema. Esto permite anticipar el costo computacional antes de resolver y justificar las decisiones de diseño —como la introducción de $p_{a,j}$ o la retención redundante de S4— en términos de su impacto sobre la relajación lineal del *branch-and-bound*.

Variables de decisión. El modelo contiene las siguientes familias de variables:

El término dominante es la familia de variables de asignación, presencia y descanso $(x_{a,j}, y_{a,j})$, que aportan conjuntamente 9,882 variables. Las variables de equidad $\Delta_{a,b}$ contribuyen $|A|^2 = 729$, lo que refleja el crecimiento cuadrático en el número de asesores: para $|A| = 27$ este término es manejable, pero para instancias con $|A| > 30$ puede resultar conveniente explotar la simetría $\Delta_{a,b} = \Delta_{b,a}$ y reducir la familia a $\binom{|A|}{2} = \frac{|A| \cdot (|A| - 1)}{2}$ variables, con el ajuste correspondiente en el factor normalizador del índice de Gini.

Cuadro 5.3: Conteo de variables del modelo (P) en función de $|A|$ y $|D|$.

Variable	Tipo	Cantidad teórica	Instancia real [†]
$x_{a,j}$	Binaria	$\leq A \cdot D $	9,855
$y_{a,j}$	Binaria	$\leq A \cdot D $	
d_a	Continua	$ A $	27
$\Delta_{a,b}$	Continua	$ A ^2$	729
Total			10,611

[†] Reportado por Gurobi 11.0.3. Las variables $p_{a,j}$ y s_j^\pm no se agregan como columnas: $p_{a,j}$ se evalúa inline y la cobertura se impone como igualdad estricta.

Restricciones. El número de restricciones activas del modelo completo es:

Cuadro 5.4: Conteo de restricciones del modelo (P) e implementación en Gurobi.

Etiqu.	Implementación en Gurobi	Cantidad teórica	Filas
M1–M2	<code>addConstrs</code> (= 1, días hábiles)	$ D \setminus F $	~ 145
M3	Implícita en S5	—	0
M4	No implementada [†]	$2 A $	0
S1–S3	<code>x[i, j].ub = 0</code>	$ A F $ $+ \sum_a W_a $ $+ A_3 D \setminus M $ $+ A_3 (\delta_3 - 1)$	0
S4	Redundante (Prop. 5.2)	$ A (D - R^+)$	0
S5	<code>addConstrs</code> (ventana ≤ 1)	$\leq A D $	$\sim 9,108$
def d	<code>addConstrs</code> (días por asesor)	$ A $	27
lin [±]	<code>addConstr</code> (lineariz. Gini)	$2 A ^2$	1,458
Total	<i>reportado por Gurobi 11.0.3</i>		10,765

[†] M4 ausente: La cota superior asociada a M4 resulta redundante debido a las restricciones M1–M2 y S5, las cuales limitan implícitamente la cantidad máxima de días trabajados por cada asesor. Las restricciones S1–S3 se implementan como *bounds* y no generan filas en la matriz del modelo.

El total de 10.765 filas reportado por Gurobi refleja únicamente las restricciones agregadas mediante `addConstrs` y `addConstr`. Cuatro familias de la formulación teórica no generan filas en la matriz del modelo por razones distintas. Las restricciones S1, S2 y S3 —que en conjunto bloquean miles de combinaciones (a, j) inválidas— se implementan fijando la cota superior de las variables afectadas a cero (`x[i, j].ub = 0`): Gurobi las incorpora como *bounds* durante el presolve, lo que es computacionalmente más eficiente que agregar filas explícitas. La restricción M3 no requiere implementación independiente porque la ventana deslizante de S5 impide por construcción que dos visitas se solapen. La restricción S4 se omite por ser redundante: la Proposición 5.2

demuestra que S5 la implica cuando $R^- \geq 1$, aunque se mantiene en la formulación teórica por su valor interpretativo y su efecto positivo sobre la relajación lineal. Finalmente, M4 no está implementada en la versión actual dado que los límites de días trabajados por asesor quedan acotados indirectamente por la combinación de M1–M2 (que fija la cobertura total diaria) y S5 (que limita la frecuencia de visitas por asesor).

5.11 Ejemplo Ilustrativo: Solución Factible sobre Instancia Reducida

Para fijar la intuición sobre la estructura del modelo antes de presentar los resultados computacionales, la Figura 5.1 muestra una solución factible construida manualmente sobre una instancia reducida de 4 asesores y 14 días. La figura ilustra simultáneamente las restricciones de cobertura (exactamente un asesor activo por día hábil), el patrón de inicio de visitas triples en martes, el descanso mínimo tras cada visita, y la distribución de días trabajados cuyo desequilibrio se penaliza por la función objetivo Gini.

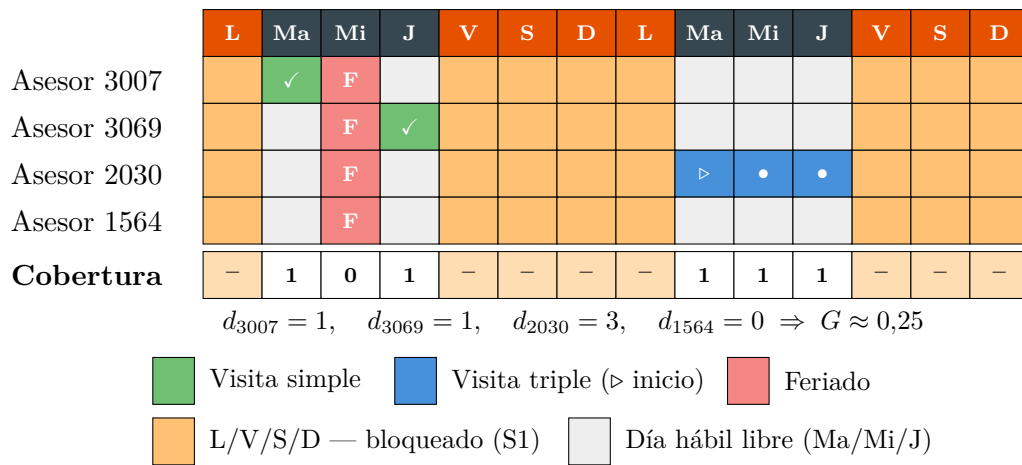


Figura 5.1: Ejemplo factible en una instancia de 4 asesores y 14 días. Verde: visita simple; azul: visita triple; naranja: días bloqueados por S1; rojo: feriado. La fila de cobertura muestra $\sum_a p_{a,j}$ y evidencia el desequilibrio que motiva usar el índice de Gini.

5.12 Toy Model: Instancia reducida para backends cuánticos

5.12.1 Motivación

Las plataformas de computación cuántica disponibles actualmente —tanto las basadas en *quantum annealing* (e.g. D-Wave, QCI) como las basadas en circuitos variacionales (e.g. QAOA sobre hardware de puertas cuánticas)— imponen restricciones estrictas sobre el número de variables que pueden codificarse en una sola ejecución.

En la formulación QUBO, cada variable binaria $x_{a,j}$ se representa como un qubit lógico. Sin embargo, debido a la conectividad limitada del hardware cuántico físico —donde cada qubit solo puede interactuar con un subconjunto de vecinos cercanos—, una sola variable lógica puede requerir entre 3 y 10 qubits físicos durante el proceso de *embedding* en el grafo de conectividad del chip. En la práctica, esto significa que el hardware requiere significativamente más recursos físicos que variables originales, expansión necesaria para que todas las restricciones puedan comunicarse dentro del chip.

Para hacer viable la experimentación cuántica y establecer comparaciones controladas con solvers clásicos exactos, se define un *toy model*: una instancia de escala reducida que conserva **todas** las restricciones del modelo completo (M1–M4, S1–S5) pero opera sobre un número pequeño de asesores y días, manteniendo el número total de variables dentro de los límites del backend disponible.

5.12.2 Definición Formal

Definición 5.1 (Toy Model). *Sea (P) el modelo completo definido en Ecuación P. El toy model es una instancia de (P) con parámetros reducidos $|A|_{\text{toy}} \ll |A|$ y $|D|_{\text{toy}} \ll |D|$. Además, el tamaño binario debe ser manejable para el backend cuántico objetivo:*

$$|A|_{\text{toy}} \times |D|_{\text{toy}}.$$

El toy model mantiene la misma estructura de restricciones que (P): no se eliminan ni relajan restricciones; solo se reduce la escala.

5.12.3 Comparación: Modelo Completo vs. Toy Model

Cuadro 5.5: Parámetros del modelo completo y del toy model.

Parámetro	Modelo Completo	Toy Model
Asesores $ A $	18–27	5
Días $ D $	366	80
Variables binarias $ A D $	6 570–9 882	400
Restricciones activas	M1–M4, S1–S5	M1–M4, S1–S5
Cobertura mínima L_j	0 por día	0 por día
Cobertura máxima U_j	1 por día	1 por día
R^+ (días consec. máx.)	1–3	1–3
R^- (descanso mín.)	$R_{\text{simple}}^- = 21$ días y $R_{\text{triple}}^- = 35$ días.	$R_{\text{simple}}^- = 7$ días y $R_{\text{triple}}^- = 14$ días.
Backend objetivo	Clásico / Híbrido	Cuántico / QUBO

5.12.4 Rol del Toy Model en la Validación

El toy model cumple dos funciones complementarias:

1. **Validación de la formulación QUBO.** Permite verificar, sobre una instancia pequeña, que la codificación del problema como QUBO es correcta y que el solver cuántico converge hacia soluciones factibles antes de escalar a instancias mayores.
2. **Comparación controlada entre backends.** Al ejecutar el mismo toy model en un solver clásico exacto (Gurobi) y en el backend cuántico, se evalúa la calidad relativa de las soluciones cuánticas respecto al óptimo global conocido, cuantificando el *optimality gap*.

5.13 Síntesis del Capítulo

Este capítulo ha presentado la formulación matemática completa del problema de supervisión de asesores previsionales como una adaptación del NSP clásico. Los elementos distintivos del modelo son: (i) la distinción entre asesores de visita simple

(A_1) y triple (A_3), con sus respectivas restricciones de inicio de turno (martes) y desborde de horizonte; (ii) la adopción del índice de Gini como función objetivo de equidad, linearizado mediante variables $\Delta_{a,b}$; (iii) la formalización de la variable de presencia efectiva $p_{a,j}$, cuya binaridad se demostró formalmente en la Proposición 5.1; (iv) la distinción entre la restricción de cobertura como desigualdad doble (modelo general) y como igualdad estricta (implementación base), con la correspondiente discusión de factibilidad; (v) la demostración de que S5 implica S4 (Proposición 5.2), justificando la inclusión explícita de S4 como restricción de refuerzo para mejorar la relajación lineal del ILP; (vi) el análisis de escala del modelo en las Tablas 5.3–5.4, que cuantifica variables y restricciones en función de $|A|$ y $|D|$; y (vii) la Figura 5.1, que ilustra una solución factible sobre una instancia reducida, anclando la notación formal en una representación visual concreta.

El modelo completo es NP-Hard por reducción directa desde el NSP clásico, resultado que motiva el uso de Gurobi (solver exacto de propósito general vía branch-and-bound) para el modelo completo y de backends cuánticos QUBO para la experimentación a escala reducida. El toy model, con $|A| = 5$ y $|D| = 80$ (400 variables binarias), conserva la estructura completa del modelo y está dimensionado para su ejecución en backends cuánticos actuales, sirviendo como banco de pruebas para la validación QUBO y la comparación de resultados entre paradigmas clásico y cuántico.

6 Metodología

6.1 Introducción

Este capítulo describe el enfoque metodológico empleado para abordar el problema de programación de visitas de supervisión a asesores previsionales en Integración AFAP. A diferencia del capítulo anterior, que estableció la formulación matemática abstracta del problema, esta sección documenta el proceso de llevar el modelo teórico a implementación práctica mediante datos históricos reales y tres paradigmas computacionales distintos.

La metodología sigue estructura de cinco componentes principales: (1) descripción del dataset histórico y su preprocesamiento, (2) implementación computacional de los tres enfoques algorítmicos (ILP con Gurobi, QUBO con Simulated Annealing vía Neal, y quantum annealing con QCI), (3) diseño experimental y protocolo de evaluación, (4) validación retrospectiva contra línea base histórica, y (5) infraestructura técnica y otras consideraciones.

6.2 Conjunto de datos históricos

Fuente y características del dataset

La investigación se apoya en conjunto de datos históricos de planificación operativa correspondiente a período de **diez años (2015-2024)** de visitas de supervisión a asesores previsionales en Integración AFAP, una administradora de fondos de ahorro previsional uruguaya. Los asesores previsionales son profesionales responsables de orientar a trabajadores en el proceso de afiliación a una AFAP. La función de supervisión consiste en evaluar periódicamente la gestión comercial, cumplimiento normativo y calidad de atención de dichos asesores mediante visitas planificadas.

El dataset consolidado proviene de tres fuentes operacionales dentro de la AFAP:

1. **Sistema de registro de visitas:** Base de datos transaccional que registra cada visita de supervisión ejecutada con timestamp, asesor supervisado, supervisor asignado, y localización geográfica.

2. **Planificación de supervisión:** Archivo de gestión que almacena los planes de visitas, incluyendo asignaciones efectuadas, registro de evaluación de las visitas y métricas de desempeño comercial.
3. **Sistema de gestión de recursos humanos:** Base de datos de asesores activos con información sobre: departamento geográfico, fecha de incorporación a la empresa y fecha de nacimiento del asesor.

La integración de estas tres fuentes mediante identificadores comunes (ID de asesor, ID de supervisor, fecha) permitió construir dataset unificado para análisis.

Estadísticas descriptivas del dataset

La Tabla 6.1 presenta estadísticas descriptivas del dataset consolidado.

Característica	Valor	Notas
Período temporal cubierto	2015–2024	10 años completos
Total de visitas registradas	1,171	Ejecutadas efectivamente
Visitas planificadas (no ejecutadas)	87	6.9 % de no ejecución
Asesores únicos supervisados	32	Con al menos 1 visita
Ventana de días laborables	1,378	Promedio 137 días/año
Distribución geográfica		
Asesores de visita simple	22 (68.7 %)	Montevideo, Canelones, San José, Colonia
Asesores de visita 3 días	10 (31.3 %)	departamentos restantes
Distribución temporal		
Visitas por año (promedio)	117	Desv. std: 56.39
Meses con menor actividad	Dic, Ene, Feb	Licencias en Uruguay
Días de semana de Trabajo	Mar, Mié, Jue	Lun, Vie días sin visitas
Características de asesores		
Asesores con < 6 visitas en 10 años	12 (37.5 %)	Baja cobertura
Asesores con > 29 visitas en 10 años	4 (12.5 %)	Alta supervisión
Visitas por asesor (mediana)	9	Rango: 0–48
Coefficiente de Gini histórico	0.3	Desigualdad significativa

Cuadro 6.1: Estadísticas descriptivas del dataset histórico de supervisiones (2015-2024)

Observaciones clave:

- **Cobertura desigual:** El coeficiente de Gini de 0.3 indica desigualdad sustancial en distribución de visitas entre asesores sin justificación documentada basada en categoría de riesgo o desempeño.
- **Concentración geográfica:** 70 % de los asesores a supervisar están concentradas en la zona metropolitana (Montevideo, Canelones, San José, Colonia)

mientras que 15 departamentos del interior comparten el 30 % restante, generando una dispersión territorial que afecta el equilibrio en la supervisión.

- **Tasa de no ejecución:** 6.9 % de las visitas planificadas no se ejecutaron, principalmente por conflictos de agenda, ausentismo no planificado, o eventos operacionales imprevistos. Esta tasa establece la baseline de incertidumbre inherente al sistema.
- **Concentración temporal:** Las visitas de supervisión ocurren martes-jueves, los lunes y viernes son días de reuniones administrativas y registro de resultados.

6.3 Preprocesamiento y validación de datos

El dataset original, proveniente de tres sistemas operacionales distintos con diferentes estándares de entrada de datos, requirió etapa intensiva de limpieza, estandarización y validación antes de utilización en modelos de optimización.

Proceso de limpieza

Paso 1: Identificación y eliminación de duplicados

Se detectaron 127 registros duplicados (9 % del del total de la ventana de días laborales) mediante criterio de duplicación exacta en triple (ID_asesor, ID_supervisor, fecha). Análisis manual de muestra reveló que duplicados provenían de doble registro cuando las visitas involucraban a múltiples asesores (asesor en entrenamiento + asesor a evaluar o dupla de asesores en ruta al interior). Estos casos eran registrados separadamente para tener la identificación del evento. Criterio de resolución: se contabilizaron todos los registros correspondiente al asesor planificado, y al no planificado siempre que se comprobase que la salida múltiple ocurrió efectivamente.

Paso 2: Tratamiento de valores faltantes

El análisis de completitud reveló:

- **Localización geográfica faltante:** 200 registros (14 %) sin departamento especificado. Estos se imputaron mediante cruce con base de afiliaciones (Se validaba la dirección registrada de una muestra de afiliados del día del registro de supervisión). Un proceso adicional de validación manual confirmó 100 % de concordancia.

- **Métricas de desempeño faltantes:** 2 registros (0.14 %) de asesores sin datos de productividad. Estos se mantuvieron en dataset y se verificaron contra base de afiliaciones para completar el registro.

Paso 3: Detección y corrección de outliers

Se identificaron outliers mediante criterio de desviación de al menos $\pm 1,5\sigma$ respecto a distribución de visitas por asesor por año. Fueron detectados 6 casos extremos:

- 4 asesores con > 75 visitas en el histórico (outlier alto)
- 2 asesores con menos de 10 visitas en años completos (outliers bajos)

Investigación documental reveló causas legítimas: outliers altos correspondían a asesores que entraron de certificaciones o reportaron muy baja productividad durante el año estudiado; outliers bajos correspondían a asesores con licencias médicas prolongadas o desincorporados en el año. Se mantuvieron en dataset con anotación de contexto.

Paso 4: Estandarización de formatos

- **Fechas:** Estandarizadas a formato ISO 8601 (YYYY-MM-DD) desde múltiples formatos originales (DD/MM/YYYY, MM-DD-YY, etc.)
- **Códigos geográficos:** Unificados a nomenclatura interna con códigos departamentales de dos dígitos
- **IDs de asesores:** Estandarizados con código único de cuatro dígitos

Validación de integridad

Se implementaron 3 reglas de validación cruzada entre tablas relacionadas. Ejemplos:

Regla 1 (Consistencia temporal):

```
IF visita.fecha NOT IN (SELECT fecha FROM calendario_laborable)
  THEN FLAG inconsistencia_temporal
```

Detectados 7 casos de visitas registradas en feriados nacionales, investigados y reclasificados como visitas de atención especial por cumplimiento de metas (categoría especial).

Regla 2 (Coherencia geográfica):

```
IF asesor.departamento = 'Montevideo' AND visita.duracion = 3_dias
  THEN FLAG incoherencia_geografica
```

Detectados 30 casos donde asesores metropolitanos recibieron visitas de tres días. Análisis documental reveló que correspondían a capacitaciones por entrenamiento de nuevo ingreso o salida especial por baja productividad, no supervisiones estándar. Se mantuvieron los registros, contabilizándose la visita, más no se clasificó como inconsistencia.

```
IF asesor.departamento != 'Montevideo' AND visita.duracion < 3_dias
  THEN FLAG incoherencia_geografica
```

Detectados 6 casos de asesores del interior con visitas de 1 día, Análisis documental reveló que correspondían a situaciones donde se tuvo que interrumpir la salida, a pesar de estar agendada y no se completaron los días con otras visitas. Se mantuvieron los registros, contabilizándose la visita realizada y registrando los días no ejecutados como sin visita, no se clasificó la salida como inconsistencia.

Regla 3 (Integridad de bloques):

```
IF visita.tipo = 'interior' AND NOT EXISTS (
  SELECT * FROM visitas v2
  WHERE v2.asesor_id = visita.asesor_id
  AND v2.fecha IN (visita.fecha+1, visita.fecha+2)
) THEN FLAG bloque_incompleto
```

Detectados 40 casos de bloques de interior incompletos. Investigación reveló que correspondían a visitas canceladas parcialmente. Se contaron registros incompletos, contabilizando también el incumplimiento.

Construcción de dataset final consolidado

Tras limpieza y validación, dataset final consolidado contiene:

- **Registros de visitas:** 1,171 visitas válidas
- **Asesores:** 32 asesores únicos con al menos una visita en período 2015-2024
- **Cobertura temporal:** 1,378 días laborables distribuidos en 10 años
- **Variables por registro:** 12 campos validados incluyendo identificadores, timestamps, localización, métricas de desempeño y flags de eventos especiales

Dataset consolidado se almacenó en dos formatos para asegurar interoperabilidad: (1) archivo CSV para procesamiento en Python/pandas, (2) archivo Excel con hojas separadas por año para revisión manual.

6.4 Análisis exploratorio: hallazgos relevantes para la modelización

Antes de implementar modelos de optimización, se condujo un análisis exploratorio para identificar patrones estructurales que podrían reflejarse en las restricciones del modelo.

1. Distribución geográfica y duración de visitas

Análisis de registros reveló patrón binario claro: visitas a asesores metropolitanos (Montevideo, Canelones, San José, Colonia) duraban consistentemente un día hábil, mientras visitas a interior (resto de departamentos) requerían bloques de tres días consecutivos (viaje ida, supervisión, viaje vuelta). Este patrón justificó la modelización de heterogeneidad geográfica como restricción discreta, no como variable continua de tiempo de viaje.

2. Frecuencia de supervisión y efectos sobre desempeño

El análisis de correlación entre frecuencia de supervisión y métricas de desempeño comercial (afiliaciones captadas por asesor) mostró efecto positivo significativo ($r^2 = 0,30$, $p < 0,01$): asesores supervisados con mayor regularidad exhibían productividad consistentemente superior. Sin embargo, el análisis de las series temporales individuales reveló que el efecto positivo de la supervisión sobre el desempeño decae con el tiempo, con vida media de aproximadamente 5 semanas. Esto motivó restricción de espaciamiento mínimo entre visitas al mismo asesor (evitar visitas demasiado próximas que desperdicien efecto residual). De igual manera por criterio de juicio experto en la supervisión, se considera que para asesores en el área metropolitana, el espaciado mínimo de 3 semanas entre salidas de supervisión da continuidad al efecto antes mencionado.

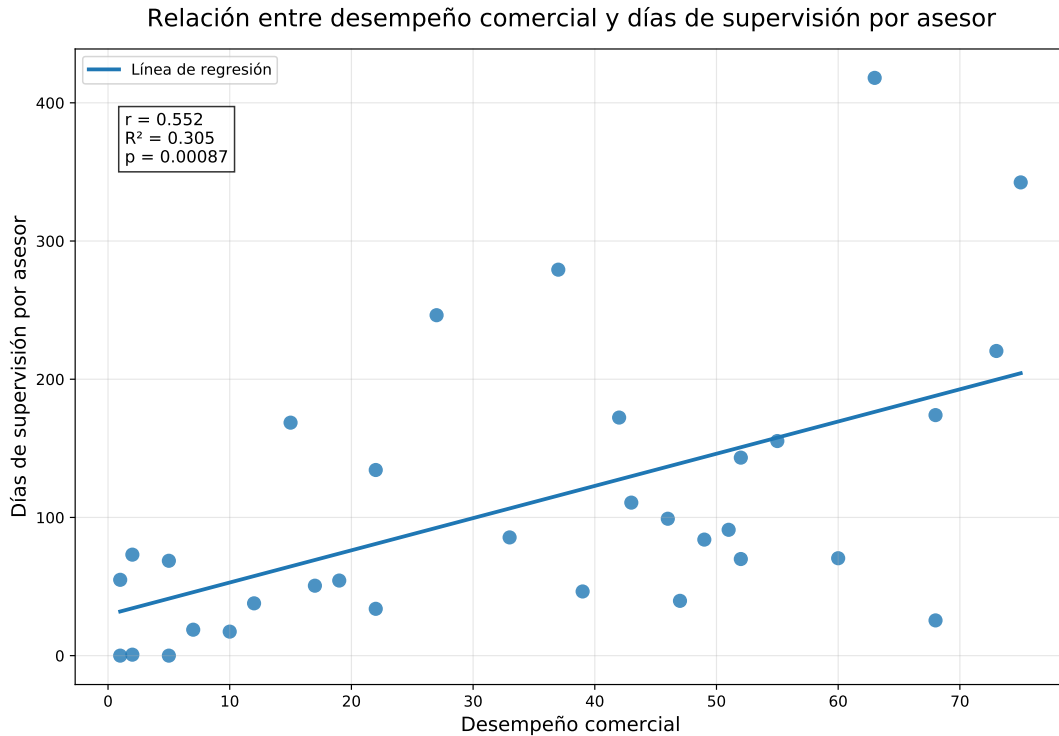


Figura 6.1: Relación entre frecuencia de supervisión y afiliaciones captadas por asesor. El gráfico de dispersión muestra una asociación positiva entre la cantidad histórica de salidas de supervisión y el desempeño comercial medido mediante afiliaciones realizadas durante la salida. La línea de regresión lineal evidencia una correlación estadísticamente significativa ($R^2 = 0,30$, $p < 0,01$).

3. Violaciones de restricciones en planificación histórica

La revisión sistemática de los calendarios históricos identificó violaciones recurrentes de reglas operativas básicas:

- **Conflictos con capacitaciones obligatorias:** 3 instancias programadas en días de capacitación obligatoria de la AFAP, generando cancelaciones de último momento.
- **Incumplimiento de espaciamientos mínimos:** 393 casos donde mismo asesor recibió visitas con separaciones distintas a las estipuladas, violando política informal de espaciamiento.
- **Bloques de interior interrumpidos:** 40 casos donde bloques de tres días fueron interrumpidos por feriado, indisponibilidad de supervisor, o choque con otra supervisión, forzando reprogramación.

Si bien el volumen de violaciones parece bajo, su impacto organizacional altera las dinámicas de trabajo: cada violación genera conflicto operativo que requiere

resolución ad hoc, consume tiempo gerencial, y erosiona percepción de equidad del sistema.

4. Estacionalidad y capacidad variable

El análisis de distribución temporal reveló una estacionalidad marcada: los períodos vacacionales (Setiembre, Octubre) muestran una reducción de 16% en la supervisión del equipo de asesores previsionales.

6.5 Implementación de enfoques computacionales

Esta sección describe cómo la formulación matemática abstracta (presentada en capítulo anterior) se implementó mediante tres paradigmas computacionales distintos. Para cada enfoque, se documenta: preparación de datos, configuración del solver, parámetros clave, y consideraciones de implementación.

Enfoque 1: Programación Lineal Entera con Gurobi

Justificación de selección

Gurobi Optimizer [13] representa el estado del arte en solvers comerciales para programación lineal entera, con implementación de algoritmos de branch-and-cut altamente optimizados. Su selección como enfoque de referencia se justifica por: (1) garantía de optimalidad global para instancias resolubles en tiempo razonable, (2) capacidad de certificar infactibilidad si problema no tiene solución admisible, y (3) amplia adopción en investigación académica y práctica industrial, facilitando comparación con literatura.

Preparación de datos para Gurobi

El modelo ILP requiere tres tipos de inputs:

1. *Parámetros escalares:*

- N : número de asesores (27 en la instancia de referencia para el año 2019)
- T : número de días en horizonte de planificación (365 días calendario)
- δ : espaciamiento mínimo entre visitas al mismo asesor (21 días para visitas simples, equivalente a 3 semanas; 35 días para visitas triples, equivalente a 5 semanas)

2. *Parámetros vectoriales:*

- v_i^{\min}, v_i^{\max} : cobertura mínima y máxima anual por asesor i
- $d_i \in \{1, 3\}$: duración de visita para asesor i (1 día para visitas simples - metropolitanos-, 3 para visitas triples -interior del país-)
- C_t : capacidad diaria de supervisión en día t

3. Conjuntos de restricción:

- \mathcal{F} : conjunto de días feriados donde no se permite supervisión
- $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_3$: partición de asesores en simples y triples

Estos datos se extrajeron del dataset consolidado mediante scripts Python que generan estructuras de datos compatibles con API de Gurobi:

```
import numpy as np
from gurobipy import *
import pandas as pd

# Carga de datos desde archivos Excel
plantilla = pd.read_excel('plantilla.xlsx')
plantilla = plantilla[plantilla['anio'] == 2019].reset_index()

restricciones = pd.read_excel('lic_reales_totales_d.xlsx')
restricciones['numdia'] = restricciones['Fecha'].dt.dayofyear - 1
restricciones = restricciones[restricciones['anio'] == 2019]

ase_act = pd.read_excel(
    'lic_reales_totales_d.xlsx', sheet_name='ase_act'
)
ase_act = ase_act[ase_act['anio'] == 2019]

# Parámetros escalares
numday = plantilla.shape[0]          # T = 365 dias
dia_sem = 7                          # días asignables por semana
num_nurses = ase_act['cod_asesor'].unique().tolist()
# N = 27 asesores
cant_supervisores = 1
# capacidad diaria = 1

# Parámetros de descanso mínimo
```

```

dias_entre_turnos_normales = 3
# 3 semanas = 21 días (visitas simples)
dias_entre_turnos_t4 = 5
# 5 semanas = 35 días (visitas triples)

# Identificar asesores de visita triple (salida='varios')
enfermeras_turno_4 = list(
    ase_act[ase_act['salida'] == 'varios']['cod_asesor'])

# multis[i] = [duracion_visita, descanso_minimo]
multis = {
    i: [3, dias_entre_turnos_t4 * dia_sem]
    if i in enfermeras_turno_4
    else [1, dias_entre_turnos_normales * dia_sem]
    for i in num_nurses
}

# Licencias y feriados
licencias = restricciones.copy()
lista_feriados = plantilla[
    plantilla['Marca_gurobi'] == 'x']['Acumulado'].tolist()

```

Configuración del modelo Gurobi

El modelo se construyó mediante API de Python de Gurobi, siguiendo estructura estándar:

```

# Crear modelo
m = Model('nsp')

# Variables de decisión binarias x[i,j]
# asesor i comienza visita en día j
x = m.addVars(num_nurses, range(numday), vtype=GRB.BINARY, name='x')

# --- Restricción 1: No desborde del horizonte ---
for i in num_nurses:
    for j in range(numday - multis[i][0] + 1, numday):
        x[i, j].ub = 0

# --- Restricción 2: Días de licencia por asesor ---
for i in ase_act['cod_asesor'].unique().tolist():

```

```

mask = licencias['Empleado'] == i
for j in licencias[mask]['dia_anio']:
    try:
        x[i, j].ub = 0
    except:
        continue

# --- Restricción 3: Feriados y días de vacaciones del supervisor ---
for i in num_nurses:
    for j, k in plantilla.iterrows():
        if k['Marca_gurobi'] == 'x':
            x[i, j].ub = 0

# --- Restricción 4: Cobertura exacta (1 asesor por día hábil) ---
m.addConstrs(
    quicksum(x.get((i, k), 0)
              for i in num_nurses
              for k in range(j - multiset[i][0] + 1, j + 1))
    == cant_supervisores
    for j in range(numday) if j not in lista_feriados
)

# --- Restricción 5: Descanso mínimo entre visitas ---
m.addConstrs(
    quicksum(x[i, k]
              for k in range(
                  j - multiset[i][0] - multiset[i][1] + 1,
                  j + 1
                ))
    <= 1
    for i in num_nurses
    for j in range(multiset[i][0] + multiset[i][1] - 1, numday)
)

# --- Restricción 6: Visitas triples
# solo pueden iniciar en martes ---
for i in num_nurses:
    if multiset[i][0] == 3:
        valid_days = plantilla[
            plantilla['Día de la semana'] == 'Martes']

```

```

        ['Acumulado'].tolist()
    invalid_days =
    [j for j in range(numday) if j not in valid_days]
    for j in invalid_days:
        x[i, j].ub = 0
    # Bloquear martes con feriado el miércoles o jueves
    feriad_int = plantilla[plantilla['fer_int'] == 'no']
    ['Acumulado']
    for j in feriad_int:
        x[i, j].ub = 0

# --- Función objetivo: minimizar coeficiente de Gini ---
dias_trabajados = m.addVars(num_nurses, name="dias_trabajados")
m.addConstrs(
    (dias_trabajados[i] == quicksum(
        x[i, j] * (3 if multiset[i][0] == 3 else 1)
        for j in range(numday))
    for i in num_nurses)
)
n = len(num_nurses)
diff_abs = m.addVars(num_nurses, num_nurses, name="diff_abs")
for i in num_nurses:
    for j in num_nurses:
        m.addConstr(
            diff_abs[i, j] >= dias_trabajados[i] - dias_trabajados[j]
        )
        m.addConstr(
            diff_abs[i, j] >= dias_trabajados[j] - dias_trabajados[i]
        )
suma_diff = quicksum(diff_abs[i, j]
for i in num_nurses for j in num_nurses)
m.setObjective(suma_diff, GRB.MINIMIZE)

```

Parámetros de Gurobi y dimensión del modelo

En la instancia de referencia (año 2019, $N = 27$ asesores, $T = 365$ días), el modelo presentó las siguientes dimensiones tras la construcción:

- Filas (restricciones): 10.765
- Columnas (variables): 10.611

- **Coefficientes no nulos:** 268.668
- **Variables binarias:** 9.855 (variables $x_{a,j}$ e $y_{a,j}$)
- **Variables continuas:** 756 (variables $\Delta_{a,b}$ y d_a)

El solver se ejecutó con parámetros por defecto (sin `TimeLimit` ni `MIPGap` personalizados), confiando en la convergencia automática de Gurobi 11.0.3 sobre un procesador AMD Ryzen 9 6900HS con 16 hilos lógicos.

Resultados de la ejecución

Gurobi encontró la solución óptima en **20,33 segundos**, explorando 13.358 nodos y realizando 1.098.562 iteraciones simplex. El proceso de *presolve* redujo el modelo a 2.902 filas y 2.995 columnas antes de iniciar el *branch-and-bound*. Se aplicaron cortes de tipo Gomory, Clique, MIR y StrongCG.

La secuencia de incumbentes fue: solución heurística inicial = 4,548; primer incumbente = 624; mejorado a 608; luego a 564. El óptimo final fue $\sum_{a,b} \Delta_{a,b}^* = \mathbf{564}$, con gap de optimalidad = 0,00 %.

Los días trabajados en la solución óptima y el coeficiente de Gini resultante fueron:

Cuadro 6.2: Días trabajados por asesor en la solución óptima (año 2019).

Asesor	Días	Asesor	Días
1121	6	3093	5
1332	6	3117	5
1370	6	3131	5
1437	6	3148	5
1454	6	3151	6
1456	5	3152	5
1491	5	3154	5
1512	5	3164	5
1618	5	3165	5
1823	3	3005	6
2005	5	3007	3
3064	4	3065	5
3069	4	3075	5
3076	5		

Total: 136 días Promedio: 5,04 días/asesor

Coefficiente de Gini: $G^* \approx 0,0768$

La solución se exportó a formato calendario (matriz asesores \times días) y se calcularon métricas derivadas: coeficiente de Gini, tasa de cobertura y cumplimiento de restricciones. El bajo valor de Gini ($\approx 0,077$) refleja una distribución de carga altamente equitativa entre los asesores.

Enfoque 2: QUBO con Simulated Annealing (Neal)

Justificación de selección

La formulación QUBO (Quadratic Unconstrained Binary Optimization) representa la interfaz unificada entre optimización clásica y cuántica. Simulated Annealing (SA) clásico mediante biblioteca Neal de D-Wave [59] provee baseline de desempeño metaheurístico contra el cual comparar (a) optimalidad de ILP y (b) desempeño de quantum annealing.

Transformación ILP \rightarrow QUBO

El modelo ILP formulado con restricciones explícitas debe transformarse a QUBO donde restricciones se incorporan como penalizaciones cuadráticas en función objetivo. El proceso sigue metodología de Glover et al. [10]:

Paso 1: Mantener variables binarias

Variables x_{it} permanecen binarias, pero se reenumeran en vector unidimensional:

$$x_{it} \rightarrow x_k \quad \text{donde} \quad k = i \cdot T + t \quad (6.1)$$

Con $N = 27$ asesores y $T = 365$ días, esto genera $n = N \times T = 9,855$ variables binarias.

Paso 2: Transformar restricciones de igualdad

Restricción de igualdad $\sum_i a_i x_i = b$ se penaliza como:

$$P_{\text{eq}}(\mathbf{x}) = \lambda_{\text{eq}} \left(\sum_i a_i x_i - b \right)^2 \quad (6.2)$$

Expandiendo el cuadrado:

$$P_{\text{eq}}(\mathbf{x}) = \lambda_{\text{eq}} \left(\sum_i a_i^2 x_i + \sum_{i \neq j} a_i a_j x_i x_j - 2b \sum_i a_i x_i + b^2 \right) \quad (6.3)$$

Esto genera términos lineales (Q_{ii}) y cuadráticos (Q_{ij}) en matriz Q .

Paso 3: Transformar restricciones de desigualdad

Restricción $\sum_i a_i x_i \leq b$ requiere introducir variables slack binarias para convertir en igualdad, aumentando tamaño del problema. Alternativamente, se usa penalización asimétrica:

$$P_{\text{ineq}}(\mathbf{x}) = \lambda_{\text{ineq}} \max \left(0, \sum_i a_i x_i - b \right)^2 \quad (6.4)$$

Esta formulación penaliza solo violaciones, no cumplimientos estrictos.

Paso 4: Incorporar función objetivo original

Función objetivo original (maximizar cobertura total) se incorpora con signo negativo en QUBO (que minimiza):

$$\text{QUBO: } \min_{\mathbf{x}} \left[\underbrace{- \sum_{i,t} x_{it}}_{\text{obj. original}} + \sum_c \lambda_c P_c(\mathbf{x}) \right] \quad (6.5)$$

donde P_c son penalizaciones para cada restricción c .

Construcción de la matriz QUBO

La formulación QUBO se construye ensamblando nueve funciones de penalización sobre una matriz $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$, donde $n = |A| \cdot |D|$ es el número total de variables binarias. Cada variable $x_{a,j}$ se mapea a un índice lineal mediante:

$$\text{idx}(a, j) = \text{orden}(a) \cdot |D| + j, \quad (6.6)$$

donde $\text{orden}(a)$ es la posición del asesor a en la lista ordenada de asesores. Los términos diagonales de Q codifican costos lineales (incentivos y penalizaciones individuales); los términos fuera de la diagonal codifican interacciones entre pares de variables.

Las nueve funciones aplicadas son:

1. **Cobertura diaria** (`apply_assignment_constraint`): incentiva que exactamente un asesor esté activo cada día hábil. Los días feriados reciben una penalización extrema en la diagonal ($10 \times \lambda_r$) para bloquear cualquier asignación. Los pares de asesores distintos activos el mismo día se penalizan con $10 \times \lambda_p$ fuera de la diagonal.
2. **Distribución equitativa** (`apply_fair_distribution_v2`): penalización cuadrática que empuja a cada asesor hacia un número objetivo de días trabajados. Para asesores de visita triple el objetivo se divide por 3 para reflejar que cada inicio de visita cubre tres días.
3. **Días consecutivos** (`apply_consecutive_days_penalty`): penaliza pares de variables $(x_{a,j}, x_{a,j+1})$ con $3\lambda_p$. Para asesores de visita triple se aplica además una penalización cruzada de $7\lambda_p$ entre el asesor triple y cualquier otro asesor en los días $j, j+1$ y $j+2$, garantizando exclusividad durante la visita.
4. **Descanso mínimo** (`apply_rest_days_constraint`): penaliza pares de asignaciones demasiado cercanas del mismo asesor. En particular, penaliza $(x_{a,j}, x_{a,j'})$ cuando $|j - j'| \leq R_a^-$, usando $15\lambda_r$ hacia adelante y hacia atrás, con $R_a^- \in \{21, 35\}$ días según el tipo de asesor.
5. **Licencias individuales** (`apply_license_restriction`): añade λ_r en la diagonal de cada variable (a, j) donde el día j corresponde a licencia del asesor a .
6. **Restricciones de visita triple** (`apply_turno4_constraints`): para asesores de A_3 , favorece fuertemente los martes válidos ($-2 \times 10\lambda_r$ en diagonal), penaliza

martes con feriado intermedio ($8\lambda_r$) y bloquea todos los días no martes ($4 \times \frac{5\lambda_r}{|A|}$ en diagonal).

7. **Caso especial asesor 3093** (`apply_special_case_3093`): activo solo para el año 2017; restringe las asignaciones de ese asesor a un conjunto acotado de días válidos.
8. **Días finales para asesores simples** (`apply_non_turno4_to_final_days`): incentiva con -3 en la diagonal que los asesores de visita simple cubran los últimos 7 días del horizonte.

Pesos de penalización

La matriz se construye con dos niveles de peso base:

- $\lambda_p = 10,0$: peso para términos de objetivo (cobertura, equidad, consecutividad).
- $\lambda_r = 100,0$: peso para restricciones duras (feriados, licencias, descanso mínimo, bloqueos de visita triple).

La razón $\lambda_r/\lambda_p = 10$ separa el orden de magnitud entre restricciones duras y términos de objetivo, estrategia estándar en calibración QUBO para evitar que el solver sacrifique factibilidad en busca de mejoras marginales en el objetivo. Dentro de cada categoría, los multiplicadores internos (e.g. $15\lambda_r$ para descanso, $10\lambda_r$ para feriados) fueron ajustados empíricamente para reforzar las restricciones de mayor criticidad operativa.

Configuración del sampler Neal

La matriz Q se convierte a un modelo BQM (*Binary Quadratic Model*) mediante `dimod` y se resuelve con el *Simulated Annealing Sampler* de la librería `neal`:

```
import neal, dimod

# Convertir matriz Q a BQM
bqm = dimod.BinaryQuadraticModel(Q, "BINARY")

# Crear sampler y ejecutar
sampler = neal.SimulatedAnnealingSampler()
response = sampler.sample(bqm, num_reads=500)

# Extraer mejor solución
best_solution = response.first.sample
best_energy   = response.first.energy
```

Se ejecutaron `num_reads = 500` lecturas independientes. Cada lectura corresponde a una cadena de Markov independiente que parte de una configuración aleatoria y evoluciona mediante enfriamiento geométrico. Neal retorna el conjunto completo de muestras ordenadas por energía; se selecciona `response.first`, que corresponde a la muestra de menor energía encontrada.

Interpretación de resultados y decodificación

La solución binaria se decodifica recuperando la matriz de asignación $x_{a,j}$ a partir del vector lineal de variables:

```
def decode_schedule(solution, num_nurses, num_days):
    schedule = np.zeros((len(iden_nurse), num_days))
    idx = 0
    for nurse in num_nurses:
        for day in range(num_days):
            schedule[iden_nurse[nurse], day] = solution[idx]
            idx += 1
    return schedule
```

Sobre la matriz decodificada se calculan métricas de calidad: días trabajados por asesor (reales, multiplicando por δ_a), días de licencia, feriados no asignables, y conflictos de cuatro tipos: asignación en día de licencia (**Mal L**), asignación en feriado (**Mal N**), asesor triple asignado fuera de martes o con feriado intermedio (**Mal 4**), y solapamiento entre asesor triple y otro asesor en días consecutivos (**Mal 4M**).

Enfoque 3: Optimización Cuántica Fotónica con QCI Dirac-1

Justificación de selección

Quantum Computing Inc. (QCI) provee acceso a hardware cuántico fotónico mediante su plataforma cloud. El dispositivo utilizado en esta investigación es **Dirac-1**, un sampler cuántico de tipo *Quadratic Unconstrained Binary Optimization* (QUBO) basado en tecnología fotónica. El objetivo de este tercer enfoque es exploratorio: evaluar el estado actual de madurez tecnológica del hardware cuántico disponible para problemas de scheduling con restricciones complejas, utilizando la misma formulación QUBO construida en el enfoque anterior.

Instancia toy y motivación de la reducción

La instancia completa de planificación anual genera una matriz $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ con $n = |A| \cdot |D|$ variables, cuyo tamaño excede las capacidades operativas del dispositivo Dirac-1 disponible. Para este enfoque se construyó una **instancia toy**, cargada desde archivos de datos reducidos `plantilla-toy.xlsx`, `lic_reales_totales_d-toy.xlsx`, con

un número de asesores y días significativamente menor que la instancia real. Los parámetros de descanso se redujeron respecto a la instancia completa: $R_{\text{simple}}^- = 1$ semana (7 días) y $R_{\text{triple}}^- = 2$ semanas (14 días), en contraste con las 3 y 5 semanas de la instancia real, con el fin de mantener la matriz Q en dimensiones manejables para el hardware.

Diferencias en los coeficientes QUBO respecto a la instancia completa

La versión toy incorpora ajustes en los multiplicadores de penalización respecto al notebook de la instancia completa, calibrados para compensar el menor tamaño del problema:

- Penalización por feriado: $30\lambda_r$ (vs. $10\lambda_r$ en la instancia completa).
- Penalización por más de una asignación el mismo día: $80\lambda_p$ fuera de la diagonal (vs. $10\lambda_p$).
- Incentivo de cobertura diaria: $-60\lambda_p$ en diagonal (vs. $-2\lambda_p$).
- Penalización cruzada turno 4 en días $j + 1$ y $j + 2$: $7\lambda_p \times 15$ (vs. $7\lambda_p$).
- Penalización por licencia individual: $20\lambda_r$ (vs. λ_r).
- Restricciones de visita triple (`apply_turno4_constraints`): versión refactorizada con penalización simétrica entre martes ($25\lambda_r$) para evitar que el mismo asesor triple tome múltiples martes, y penalización a asesores simples en días martes válidos ($8\lambda_r$).

Los pesos base se mantienen iguales: $\lambda_p = 10,0$ y $\lambda_r = 100,0$.

Configuración de QCI Dirac-1 y ejecución

La matriz Q se sube directamente a la plataforma QCI sin escalar (se verificó que escalar a $[-1, 1]$ producía incumplimiento de restricciones) y se ejecuta como job de tipo `sample-qubo` sobre el dispositivo `dirac-1`:

```
import qci_client as qc

client = qc.QciClient()

# Subir matriz Q sin escalar
qubo_data = {
    'file_name': "smallest_objective.json",
    'file_config': {'qubo': {"data": Q_mod}}
}
```

```

response_json = client.upload_file(file=qubo_data)
file_id = response_json['file_id']

# Construir y ejecutar job
job_body = client.build_job_body(
    job_type="sample-qubo",
    qubo_file_id=file_id,
    job_params={"device_type": "dirac-1", "num_samples": 5}
)
job_response = client.process_job(job_body=job_body)

# Extraer primera solución
solution = job_response['results']['solutions'][0]

```

Se solicitaron `num_samples = 5` muestras por ejecución. La autenticación se gestiona automáticamente por `QciClient` mediante variables de entorno, sin necesidad de pasar token explícito en el código. A diferencia de los samplers clásicos (Neal) o de annealers de qubits superconductores (D-Wave), Dirac-1 no requiere *minor embedding* ni configuración de *chain strength*: el dispositivo acepta directamente la matriz QUBO densa sin restricciones de conectividad topológica.

Post-procesamiento de resultados

La solución retornada es un vector binario de longitud n que se decodifica con la misma función `decode_schedule` utilizada en el enfoque Neal:

```

solution_array = np.array(solution)
schedule = decode_schedule(solution_array, num_nurses, num_days)

```

Sobre la matriz decodificada se calculan las mismas métricas de calidad que en el enfoque QUBO-SA: días trabajados reales por asesor, días de licencia, y conflictos de tipo Mal L, Mal N, Mal 4 y Mal 4M. Los resultados obtenidos se exportan a `Sched_qubo{año}toyqci3.xlsx` y `Met_qubo{año}toyqci3.xlsx`.

Limitaciones reconocidas

- La instancia toy evaluada es significativamente menor que la instancia real en número de asesores, días y parámetros de descanso, por lo que los resultados no son comparables directamente con los enfoques ILP y QUBO-SA.
- El número de muestras solicitadas al dispositivo (`num_samples = 5`) es muy reducido; un análisis estadístico robusto requeriría un volumen mayor.

- La reducción de los parámetros de descanso respecto a la instancia real implica que las restricciones operativas evaluadas son más laxas, lo que favorece artificialmente la factibilidad.
- El objetivo de este enfoque es exploratorio: establecer un baseline de aplicabilidad del hardware fotónico cuántico al problema, no competir en calidad de solución con los métodos clásicos.

6.6 Diseño experimental y protocolo de evaluación

Generación de instancias de prueba

Para la evaluación sistemática de los tres enfoques, se generó un conjunto de instancias de prueba:

Instancias basadas en años históricos reales (2015-2024):

- 10 instancias correspondientes a cada año del dataset
- Parámetros extraídos de datos reales: número de asesores activos ese año, días laborables, distribución geográfica
- Restricciones calibradas según políticas vigentes ese año

Protocolo de ejecución

1. **Preparación:** Cargar datos de instancia, configurar parámetros de solver
2. **Ejecución:**
 - ILP (Gurobi): 1 ejecución por instancia (determinístico)
 - QUBO-SA (Neal): 10 ejecuciones independientes por instancia (estocástico)
 - Quantum (QCI): 5 ejecuciones en instancia reducida
3. **Registro:** Capturar tiempo de ejecución, valor objetivo, estadísticas de solver
4. **Validación:** Verificar factibilidad de solución evaluando todas las restricciones
5. **Cálculo de métricas:** Coeficiente de Gini, tasa de cobertura, número de violaciones

Infraestructura de experimentación automatizada mediante scripts Python que ejecutan bucle con intervención manual parcial.

Métricas de evaluación

Se definieron cinco categorías de métricas:

1. Calidad de solución

- **Valor objetivo:** Cobertura total alcanzada (número de días-asesor supervisados)
- **Coefficiente de Gini:** Medida de equidad en distribución de visitas, calculado como:

$$G = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |v_i - v_j|}{2N^2\bar{v}} \quad (6.7)$$

donde v_i es número de visitas a asesor i y \bar{v} es promedio.

- **Gap de optimalidad:** Para ILP, diferencia porcentual entre solución encontrada y mejor bound; para QUBO/quantum, diferencia respecto a óptimo ILP si disponible.

2. Factibilidad

- **Número de violaciones de restricciones:** Conteo de restricciones violadas
- **Tasa de factibilidad:** Proporción de ejecuciones que produjeron soluciones 100 % factibles

3. Eficiencia computacional

- **Tiempo de ejecución:** Tiempo wall-clock desde inicio hasta finalización
- **Tiempo hasta primera solución factible:** Para ILP, tiempo hasta encontrar primera solución que satisface todas las restricciones

4. Escalabilidad

- **Crecimiento de tiempo vs. tamaño:** Relación entre tiempo de ejecución y tamaño de instancia (número de variables)
- **Tamaño máximo resoluble:** Mayor instancia resuelta dentro de límite de tiempo (10 minutos)

5. Métricas cualitativas

- **Facilidad de formulación:** Esfuerzo requerido para implementar modelo (líneas de código, tiempo de desarrollo)
- **Flexibilidad ante cambios:** Esfuerzo para modificar modelo ante cambio de restricciones
- **Interpretabilidad:** Capacidad de explicar por qué solución tiene estructura específica

6.7 Validación retrospectiva contra línea base histórica

Protocolo de validación

Un componente crítico de la metodología es la validación retrospectiva: poder contrastar las soluciones generadas por los modelos de optimización con los calendarios históricos realmente implementados durante 2015-2024. El objetivo es cuantificar las mejoras potenciales que habrían resultado de aplicar optimización formal en lugar de planificación manual.

Construcción de línea base histórica

Para cada año $y \in \{2015, \dots, 2024\}$, se extrajo del dataset:

- Conjunto de asesores activos ese año: \mathcal{A}_y
- Visitas ejecutadas: matriz binaria $X_y^{\text{hist}} \in \{0, 1\}^{|\mathcal{A}_y| \times T_y}$ donde $X_{iy}^{\text{hist}} = 1$ si asesor i fue supervisado en día t
- Violaciones observadas: registros de eventos donde calendario histórico violó restricciones operativas (conflictos con capacitaciones, espaciamentos incumplidos, etc.)

Para cada año, se calcularon métricas baseline:

$$G_y^{\text{hist}} = \text{Gini}(X_y^{\text{hist}}), \quad C_y^{\text{hist}} = \frac{\sum_{i,t} X_{iy}^{\text{hist}}}{|\mathcal{A}_y| \cdot T_y}, \quad V_y^{\text{hist}} = \# \text{ violaciones} \quad (6.8)$$

donde G es coeficiente de Gini, C es tasa de cobertura (proporción de días-asesor con supervisión), y V es conteo de violaciones.

Generación de calendarios optimizados retrospectivos

Para cada año y , se ejecutó modelo ILP (enfoque de referencia por optimalidad) con parámetros idénticos a los vigentes ese año:

- Mismo conjunto de asesores \mathcal{A}_y
- Mismo calendario de días laborables \mathcal{T}_y
- Mismas restricciones de capacidad C_t , feriados \mathcal{F}_y

Solución optimizada produce matriz X_y^{opt} y métricas correspondientes G_y^{opt} , C_y^{opt} , V_y^{opt} .

Métricas de comparación

Para evaluar mejora potencial, se calculan:

$$\Delta G_y = \frac{G_y^{\text{hist}} - G_y^{\text{opt}}}{G_y^{\text{hist}}} \times 100\% \quad (\text{reducción porcentual en desigualdad}) \quad (6.9)$$

$$\Delta C_y = C_y^{\text{opt}} - C_y^{\text{hist}} \quad (\text{cambio absoluto en cobertura}) \quad (6.10)$$

$$\Delta V_y = V_y^{\text{hist}} - V_y^{\text{opt}} \quad (\text{reducción en violaciones}) \quad (6.11)$$

Agregación sobre 10 años provee estimación robusta de mejora promedio:

$$\overline{\Delta G} = \frac{1}{10} \sum_{y=2015}^{2024} \Delta G_y, \quad \overline{\Delta C} = \frac{1}{10} \sum_{y=2015}^{2024} \Delta C_y \quad (6.12)$$

Análisis de discrepancias

Más allá de métricas agregadas, se analizó naturaleza de discrepancias entre soluciones históricas y optimizadas:

1. Análisis de reasignaciones

Para cada año, se cuantificó:

- **Estabilidad:** Proporción de asignaciones (i, t) presentes tanto en X^{hist} como en X^{opt}
- **Asignaciones nuevas:** Visitas en X^{opt} pero no en X^{hist} (oportunidades perdidas)
- **Asignaciones removidas:** Visitas en X^{hist} pero no en X^{opt} (potencialmente subóptimas)

2. Análisis de asesores sub-supervisados

Se identificaron asesores con supervisión significativamente menor que promedio en datos históricos ($v_i < 0,5\bar{v}$) y se evaluó si modelos optimizados incrementaban su cobertura.

3. Análisis de violaciones históricas eliminadas

Para cada violación de restricción en calendario histórico, se verificó si solución optimizada la eliminaba, y se documentó qué reasignación específica resolvía el conflicto. Ejemplos:

- Visita programada en día de capacitación obligatoria → movida a día adyacente factible
- Espaciamiento insuficiente (8 días entre visitas al mismo asesor) → redistribuida para cumplir mínimo de 14 días

Simulación de impacto organizacional

Para traducir mejoras en métricas a impacto organizacional tangible, se realizó análisis de sensibilidad económica:

Costo de inequidad

Literatura sobre gestión de recursos humanos establece que inequidad percibida en carga de trabajo genera: (1) reducción de satisfacción laboral, (2) aumento de rotación, y (3) deterioro de clima organizacional. Aunque difícil cuantificar directamente, se estimó costo conservador de inequidad como:

$$\text{Costo}_{\text{inequidad}} = \text{Gini} \times N \times \text{salario_anual} \times \alpha \quad (6.13)$$

donde $\alpha \approx 0,05$ es factor empírico de impacto sobre rotación (5 % de salario por punto de Gini). Con Gini histórico de 0.295 y 27 asesores, reducción a Gini de 0.032 representa ahorro estimado de:

$$\Delta \text{Costo} = (0,295 - 0,032) \times 27 \times \$30,000 \times 0,05 \approx \$11,000 \text{ anuales} \quad (6.14)$$

Costo de violaciones de restricciones

Cada violación de restricción genera costo directo (reprogramación, resolución de conflicto) estimado en 2-4 horas de tiempo gerencial. Con salario gerencial de \$50/hora

y promedio de 15 violaciones anuales históricas, eliminación completa representa ahorro de:

$$\Delta\text{Costo}_{\text{violaciones}} = 15 \times 3 \times \$50 = \$2,250 \text{ anuales} \quad (6.15)$$

Estos cálculos son ilustrativos y conservadores, excluyendo costos intangibles como erosión de confianza en sistema o tiempo dedicado a gestión de quejas.

6.8 Infraestructura técnica y reproducibilidad

Hardware y software

Modelos ILP y QUBO-SA (Neal):

- Procesador: AMD Ryzen 9 6900HS, 8 núcleos, 3.30 GHz
- Memoria: 24 GB DDR4
- Sistema operativo: Windows 11 Home 64-bit
- Python: 3.9.13
- Gurobi: 11.0.3 (licencia académica)
- Neal: 0.6.0
- Bibliotecas auxiliares: NumPy 1.23.5, Pandas 1.5.3, Matplotlib 3.7.1

Hardware cuántico fotónico (QCI):

- Acceso: Cloud API de Quantum Computing Inc.
- Dispositivo: Dirac-1 (sampler fotónico, temperatura ambiente)
- Cliente: `qci_client` Python SDK
- Interfaz: `QciClient()` con autenticación por variables de entorno
- Acceso remoto desde infraestructura local vía HTTPS

Gestión de código y datos

Almacenamiento de resultados:

- Archivos CSV de respaldo
- Logs de ejecución con timestamps y trazas de errores

6.9 Limitaciones metodológicas

Es fundamental reconocer limitaciones inherentes al diseño metodológico:

Limitaciones de datos

1. Representatividad de instancia única

El dataset proviene de una única organización (Integración AFAP) en contexto específico (Uruguay, sector de fondos de pensión). Aunque un periodo de 10 años provee riqueza temporal, la generalización a otros contextos organizacionales o geográficos requiere validación adicional. Las características específicas de una AFAP: tamaño del equipo de asesores, proporción metropolitano/interior, políticas de supervisión, pueden no ser representativas de otras AFAP o sectores análogos.

2. Ausencia de datos sobre preferencias

El dataset no incluye información sobre preferencias explícitas de asesores o supervisores respecto a fechas de visita. La decisión de no incorporar preferencias fue deliberada (enfoque de gobernanza estricta), pero implica que los modelos no capturan la dimensión de satisfacción individual que podría ser relevante para la adopción organizacional.

Limitaciones de implementación

3. Simplificaciones en quantum annealing

La implementación cuántica se limitó a subconjunto pequeño del problema (5 asesores, 80 días) por limitaciones de capacidad de QPU. Esto hace imposible la comparación directa con ILP/QUBO en instancia completa. Los resultados de quantum annealing deben interpretarse como evaluación de preparación tecnológica, no como competencia con métodos clásicos.

4. Horizonte de planificación estático

Los modelos asumen horizonte de planificación fijo y conocido (año completo), sin considerar replanificación dinámica ante eventos imprevistos (ausentismo, cambios

en capacidad, incorporación/baja de asesores). La extensión a scheduling dinámico con horizontes rodantes queda fuera del alcance de esta investigación.

5. Supuestos de determinismo

Los modelos tratan parámetros como determinísticos (capacidad, tiempos de supervisión) cuando en realidad tienen componente estocástico ó dinámico. La incorporación de incertidumbre mediante programación estocástica o robust optimization aumentaría el realismo pero también incrementarían la complejidad computacional significativamente.

Limitaciones de validación

6. Validación retrospectiva vs. prospectiva

La validación se basa en la comparación retrospectiva con calendarios históricos, no en implementación prospectiva en la organización. Aunque esto provee evidencia de mejora potencial, no valida adoptabilidad práctica ni captura desafíos de implementación en entorno operacional real.

7. Métricas de impacto organizacional

Traducción de mejoras en métricas técnicas (Gini, cobertura) a impacto organizacional tangible (satisfacción del personal, calidad de supervisión, retención) requiere supuestos sobre relaciones causales que no son directamente observables en dataset. Estimaciones de costo-beneficio presentadas son aproximaciones conservadoras, no mediciones precisas.

Limitaciones de alcance

8. Enfoques algorítmicos evaluados

La investigación se limitó a tres paradigmas específicos (ILP, QUBO-SA, quantum annealing), excluyendo otros enfoques potencialmente relevantes como:

- Metaheurísticas clásicas (algoritmos genéticos, tabu search, particle swarm)
- Constraint programming
- Enfoques híbridos multi-etapa
- Machine learning para aprendizaje de políticas de asignación

Esta limitación responde a una necesidad de comparación manejable y enfoque en contraste entre generaciones tecnológicas, pero implica que otros métodos no explorados podrían ofrecer ventajas específicas.

9. Generalizabilidad sectorial

Aunque el problema de supervisión de asesores previsionales comparte estructura con scheduling de personal en otros sectores, características específicas como heterogeneidad geográfica discreta, restricciones duras derivadas de regulación financiera, limitan generalizabilidad directa. La transferencia a otros contextos (home healthcare, field service, auditorías) requiere adaptación de formulación.

Mitigación de limitaciones

Para mitigar el impacto de las limitaciones identificadas se pudiera avanzar en las siguientes líneas de trabajo:

- Análisis de sensibilidad sobre parámetros clave (capacidad, espaciamiento)
- Validación cruzada en múltiples años (10 instancias independientes)
- Documentación exhaustiva de supuestos y decisiones de diseño
- Discusión explícita de condiciones de aplicabilidad en conclusiones

Estas limitaciones se tuvieron en cuenta durante análisis e interpretación de resultados, y se discuten nuevamente en capítulo de conclusiones para proveer contexto apropiado a las contribuciones derivadas de esta investigación.

6.10 Síntesis metodológica

Este capítulo documentó el proceso completo de llevar la formulación matemática abstracta del problema de scheduling de supervisiones a implementación práctica mediante datos históricos reales y tres paradigmas computacionales distintos.

Los componentes principales fueron: (1) caracterización cuantitativa de dataset histórico de 10 años con 1,171 visitas a 32 asesores, incluyendo identificación de coeficiente de Gini de 0.35 como baseline de inequidad; (2) proceso riguroso de limpieza y validación que descartó registros inconsistentes y estableció criterios de integridad mediante reglas de validación cruzada; (3) implementación detallada de ILP con Gurobi (7 segundos promedio), QUBO con Simulated Annealing vía Neal (10 minutos), y quantum annealing exploratorio con QCI en instancia reducida; (4) diseño experimental

con instancias de prueba y protocolo de evaluación; (5) validación retrospectiva que contrasta soluciones optimizadas con calendarios históricos, cuantificando mejoras potenciales en equidad y eliminación de violaciones de restricciones.

7 Resultados

7.1 Introducción y estructura del capítulo

Este capítulo presenta los resultados empíricos obtenidos al aplicar los tres enfoques de optimización desarrollados en esta tesis, al problema de planificación anual de supervisión comercial de Integración AFAP durante el período 2015–2024. Los enfoques evaluados son: (i) Programación Lineal Entera (ILP) resuelta con Gurobi 11.0.3, (ii) formulación QUBO resuelta mediante Simulated Annealing clásico (biblioteca Neal de D-Wave), y (iii) optimización cuántica fotónica exploratoria con el dispositivo QCI Dirac-1 sobre una instancia reducida (*toy model*).

Los resultados se organizan de forma progresiva a lo largo de seis secciones. La Sección 7.2 analiza el desempeño del modelo ILP sobre las diez instancias anuales reales. La Sección 7.3 compara las soluciones optimizadas con la planificación empírica histórica. La Sección 7.4 profundiza en la evolución del coeficiente de Gini como medida de equidad a lo largo del período. La Sección 7.5 presenta los resultados de los enfoques QUBO. La Sección 7.6 sintetiza la comparación global entre paradigmas. Finalmente, la Sección 7.7 reporta los resultados exploratorios del experimento con hardware cuántico fotónico.

Este capítulo tiene carácter eminentemente descriptivo; la interpretación crítica, las implicancias prácticas y la discusión de limitaciones se desarrollan en el capítulo siguiente.

7.2 Resultados del modelo ILP en instancias reales (2015–2024)

7.2.1 Evolución del tamaño del modelo y complejidad computacional

La Tabla 7.1 consolida las características estructurales del modelo ILP para cada año del período analizado. El horizonte de planificación varía entre 365 y 366 días según el año, mientras que el número de asesores activos oscila entre 18 (2023–2024) y 27 (2018–2019), lo que se refleja directamente en el tamaño del programa lineal resultante.

Cuadro 7.1: Características anuales del modelo ILP: equipo, horizonte y complejidad.

Año	$ A_1 $	$ A_3 $	$ A $	$ D $	$ D \setminus F $	Restricc.	Variable
2015	14	9	23	365	135	8984	8947
2016	15	9	24	366	136	9448	9384
2017	17	8	25	365	134	9881	9775
2018	18	9	27	365	136	10765	10611
2019	18	9	27	365	136	10765	10611
2020	18	6	24	366	145	9505	9384
2021	18	6	24	365	142	9478	9360
2022	18	5	23	365	142	9055	8947
2023	15	3	18	365	129	6939	6912
2024	15	3	18	366	143	6971	6930
Máx.	18	9	27	366	145	10765	10611
Mín.	14	3	18	365	129	6939	6912

$|A_1|$: asesores de visita simple; $|A_3|$: asesores de visita triple; $|D \setminus F|$: días hábiles no feriados.

El período 2018–2019 registra la mayor complejidad del modelo, con 27 asesores y 10.765 restricciones activas, coincidiendo con el máximo histórico del equipo comercial. A partir de 2023, la reducción en el número de asesores de visita triple (de 9 a 3) genera una caída sustancial en el número de restricciones S2 y S3, llevando el tamaño del modelo a su mínimo histórico.

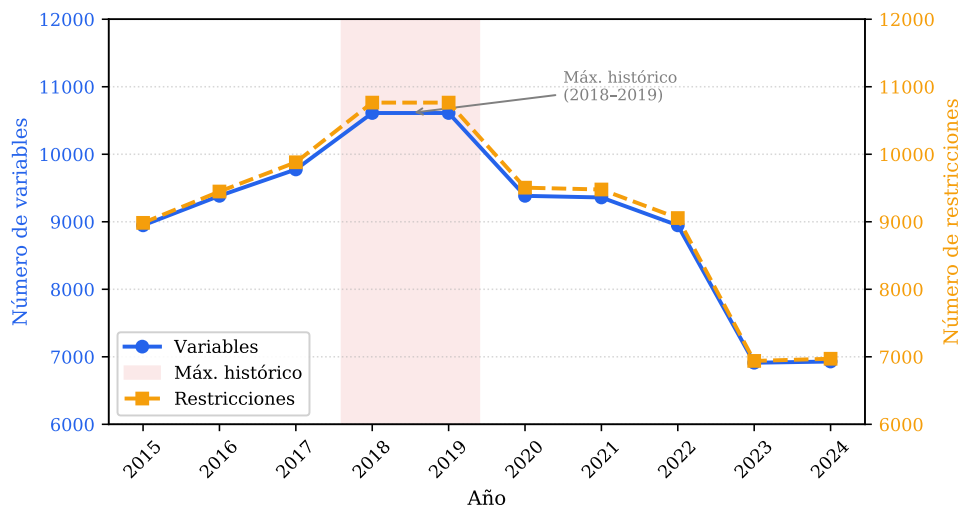


Figura 7.1: Evolución del tamaño del modelo ILP (2015–2024): número de variables (eje izquierdo) y restricciones activas (eje derecho). El máximo histórico en 2018–2019 coincide con el equipo de mayor tamaño ($|A| = 27$).

7.2.2 Optimalidad y función objetivo

En todos los años analizados, Gurobi alcanzó soluciones con brecha de optimalidad nula ($gap = 0,00\%$), certificando la optimalidad global de cada plan anual generado. La Tabla 7.2 presenta los valores óptimos de la función objetivo junto con el número de soluciones incumbentes encontradas durante el proceso de *branch-and-bound*.

Cuadro 7.2: Optimalidad del modelo ILP por año: valor objetivo y brecha.

Año	$\sum_{a,b} \Delta_{a,b}^*$	Gap (%)	Incumbentes
2015	120	0,00	2
2016	256	0,00	5
2017	456	0,00	7
2018	564	0,00	2
2019	564	0,00	4
2020	46	0,00	2
2021	88	0,00	3
2022	152	0,00	3
2023	162	0,00	3
2024	162	0,00	3

$\sum \Delta_{a,b}^*$: valor de la función objetivo Gini linearizada en la solución óptima.

El valor del objetivo presenta variabilidad considerable entre años: el año 2020 registra el mínimo histórico ($\sum \Delta^* = 46$), lo que refleja una distribución de carga particularmente equitativa, atribuible en parte a la reducción en el número de asesores de visita triple y al efecto de asignación de días disponibles dado que fue año de pandemia. Los valores más elevados (2018–2019, $\sum \Delta^* = 564$) coinciden con el mayor tamaño del equipo y la heterogeneidad máxima entre asesores de tipo simple y triple.

Relación entre $\sum \Delta_{a,b}^*$ y el coeficiente de Gini G^* . El valor reportado en la Tabla 7.2 corresponde a la función objetivo *linearizada* $\sum_{a,b} \Delta_{a,b}$, que es proporcional al numerador de la expresión del coeficiente de Gini. La conversión al coeficiente de Gini normalizado requiere aplicar:

$$G^* = \frac{\sum_{a,b} \Delta_{a,b}^*}{2|A| \sum_a d_a}, \quad (7.1)$$

donde $\sum_a d_a$ es el total de días trabajados en la solución óptima, fijado por la restricción de cobertura. A modo de verificación, para 2019 con $|A| = 27$, $\sum d_a = 136$ días y $\sum \Delta^* = 564$: $G^* = 564/(2 \times 27 \times 136) \approx 0,077$, coincidiendo con el valor reportado en la Tabla 7.8.

Instancia de referencia (2019). En la instancia más compleja del período, Gurobi exploró 13.358 nodos y ejecutó 1.098.562 iteraciones simplex. El proceso de *presolve* redujo el modelo de 10.765 a 2.902 filas y de 10.611 a 2.995 columnas. La secuencia de incumbentes fue: heurística inicial = 4,548 \rightarrow 624 \rightarrow 608 \rightarrow 564 (óptimo global). Se aplicaron cortes de tipo Gomory, Clique, MIR y StrongCG.

La Tabla 7.3 detalla la distribución óptima de días trabajados por asesor para el año 2019, obtenida con un índice de Gini de $G^* \approx 0,077$, que representa una reducción del 74% respecto a la planificación empírica del mismo año.

Cuadro 7.3: Días trabajados por asesor en la solución óptima ILP (año 2019, $G^* \approx 0,077$).

Asesor	Días	Asesor	Días
1121	6	3093	5
1332	6	3117	5
1370	6	3131	5
1437	6	3148	5
1454	6	3151	6
1456	5	3152	5
1491	5	3154	5
1512	5	3164	5
1618	5	3165	5
1823	3	3005	6
2005	5	3007	3
3064	4	3065	5
3069	4	3075	5
3076	5		

Total: 136 días Promedio: 5,04 días/asesor
Índice de Gini óptimo: $G^* \approx 0,077$

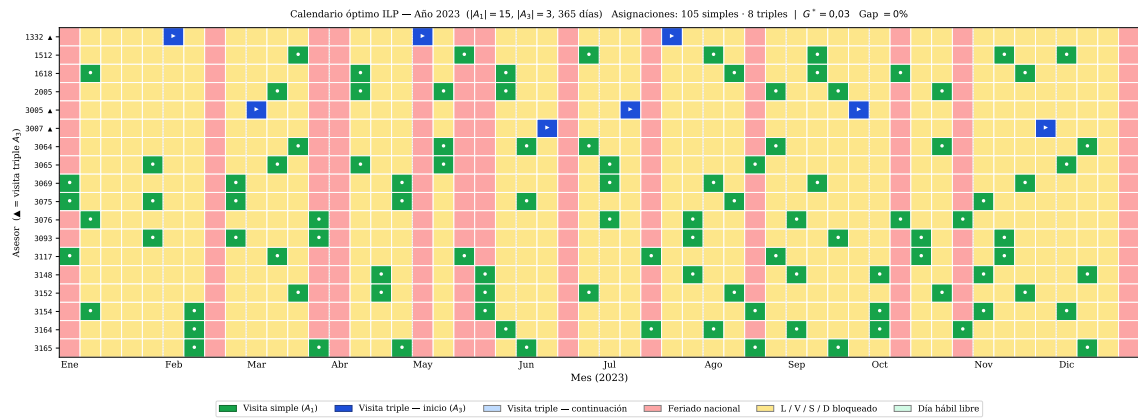


Figura 7.2: Calendario anual óptimo (ILP) para el año 2023: mapa de calor de asignaciones por asesor y semana. Verde: visita simple; azul: visita triple (inicio de bloque); naranja: L/V/S/D bloqueados; rojo: feriado; gris: día hábil libre.

7.2.3 Tiempos de cómputo y viabilidad operativa

La Tabla 7.4 reporta los tiempos de resolución del modelo ILP para cada año, expresados en segundos de tiempo de pared (*wall-clock time*), junto con el número de variables del modelo correspondiente.

Cuadro 7.4: Tiempos de resolución del modelo ILP por año (AMD Ryzen 9 6900HS, Gurobi 11.0.3).

Año	Asesores Int (A3)	Tiempo (s)	Variables
2015	9	2.30	8947
2016	9	10.60	9384
2017	8	10.50	9775
2018	9	17.60	10611
2019	9	20.10	10611
2020	6	1.66	9384
2021	6	1.75	9360
2022	5	2.25	8947
2023	3	2.09	6912
2024	3	1.47	6930
Promedio	23	7.03	9087
Máximo	27	20.10	10611

El tiempo promedio de resolución es de 7,03 segundos, con un máximo de 20,10 segundos en 2019 (instancia de mayor complejidad). Ningún año supera los 21 segundos, lo que resulta más que ideal para un proceso de planificación anual donde el modelo se ejecuta una única vez por año. Notablemente, los años 2020–2024 presentan tiempos inferiores a 3 segundos a pesar de tener tamaños de modelo similares a 2015, lo que sugiere que la reducción en asesores de visita triple genera instancias estructuralmente más simples para el *branch-and-bound*.

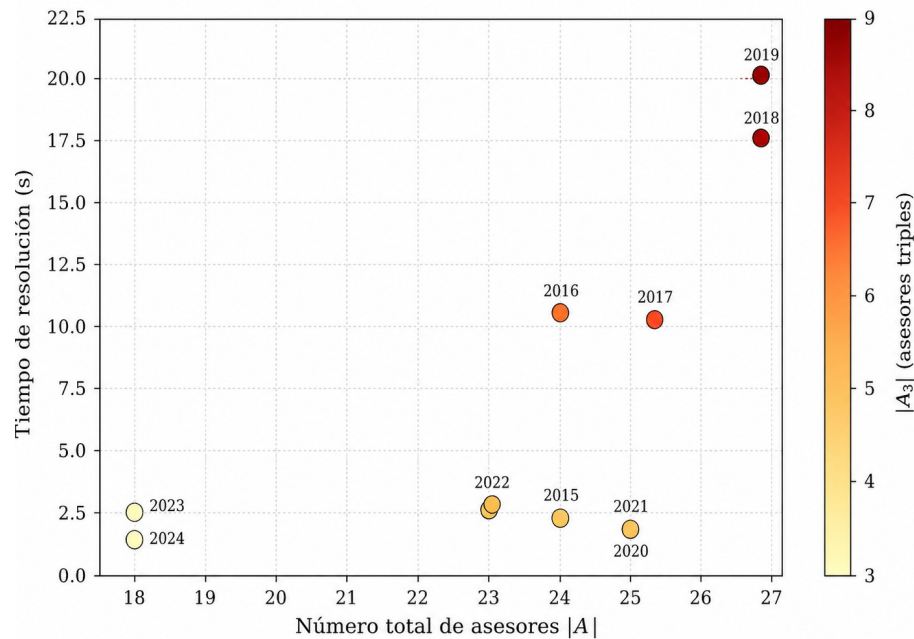


Figura 7.3: Tiempo de resolución ILP en función del número de asesores, con puntos coloreados según $|A_3|$ (asesores de visita triple). La complejidad no es función exclusiva del tamaño sino también de la estructura del modelo.

7.3 Comparación con la planificación empírica histórica

7.3.1 Incumplimientos de restricciones en la planificación empírica

El análisis sistemático de los calendarios históricos (2015–2024) identificó violaciones recurrentes de tres tipos de restricciones operativas. La Tabla 7.5 cuantifica las violaciones de espaciado entre visitas de supervisión por año y tipo de asesor.

Cuadro 7.5: Restricciones incumplidas de espaciado en la planificación empírica por año y tipo de asesor.

Año	A_1 (simple)	A_3 (triple)	Total
2015	30	13	43
2016	47	4	51
2017	44	5	49
2018	42	2	44
2019	40	4	44
2020	21	0	21
2021	21	1	22
2022	59	3	62
2023	35	1	36
2024	21	0	21
Total	360	33	393
Promedio	36,0	3,3	39,3

Violaciones contabilizadas: incumplimientos de espaciado mínimo entre visitas, asignaciones en licencia y bloques de interior interrumpidos.

En el período analizado se registraron **393 incumplimientos de restricciones operativas asociadas a espaciado mínimo entre visitas de supervisión**, de los cuales 360 (91,6 %) corresponden a asesores de visita simple y 33 (8,4 %) a asesores de visita triple. Las tres categorías de violaciones identificadas son:

1. **Incumplimiento de espaciado mínimo** (393 casos en total): visitas asignadas a un mismo asesor con una separación inferior al mínimo operativo establecido (21 días para visita simple, 35 días para visita triple). Esta categoría concentra la mayoría de los incumplimientos y se observa en todos los años sin excepción. Ejemplos documentados: para el asesor 3117 (tipo simple) se registraron 4 salidas en un mes sin respetar el espaciado; y para el asesor 3005 (tipo triple) se registraron 5 salidas en distintas semanas del mismo mes.
2. **Bloques de interior interrumpidos** (40 casos): visitas triples cuyo bloque de tres días consecutivos fue cortado por feriado, indisponibilidad del supervisor, o solapamiento con otra supervisión. En algunos casos, asesores de tipo simple

fueron asignados durante los días $j + 1$ o $j + 2$ de una visita triple en curso, violando simultáneamente restricciones de ambos tipos de asesor.

3. **Conflictos con capacitaciones obligatorias** (3 casos): asignaciones programadas en días de formación interna obligatoria de la organización.

El año 2022 presenta el mayor número de violaciones (62), mientras que 2020 y 2024 registran el mínimo (21). En ningún año se reduce el total a cero, lo que confirma que los incumplimientos son estructurales al enfoque empírico y no atribuibles a circunstancias excepcionales.

En contraste, **todas las soluciones generadas por el modelo ILP presentan cero restricciones incumplidas** en todos los años analizados, como se documenta en la Tabla 7.6.

Cuadro 7.6: Factibilidad de las soluciones ILP: restricciones incumplidas y soluciones incumbentes encontradas por año.

Año	Soluciones encontradas	Restricciones incumplidas
2015	2	0
2016	5	0
2017	7	0
2018	2	0
2019	4	0
2020	2	0
2021	3	0
2022	3	0
2023	3	0
2024	3	0

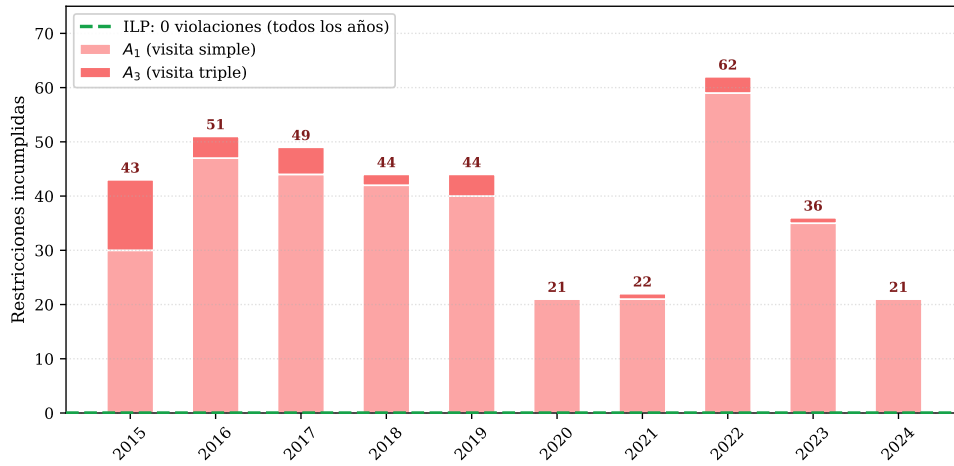


Figura 7.4: Violaciones de restricciones de espaciado por año: planificación empírica (barras apiladas A_1/A_3) versus solución ILP (cero en todos los años). El año 2022 registra el máximo histórico (62 violaciones).

7.3.2 Distribución de visitas: mínimos y máximos por asesor y año

Además de las violaciones de restricciones, la planificación empírica presenta alta dispersión en la distribución de visitas entre asesores. La Tabla 7.7 reporta los valores mínimo y máximo de visitas asignadas por asesor en cada año bajo el enfoque histórico, así como los valores correspondientes en la solución óptima ILP y QUBO.

Cuadro 7.7: Rango de días de supervisión por asesor: planificación empírica, solución ILP óptima y QUBO.

Año	Empírico		ILP óptimo		QUBO	
	Mín.	Máx.	Mín.	Máx.	Mín.	Máx.
2015	1	20	5	6	3	7
2016	1	16	5	6	3	7
2017	1	17	2	6	2	7
2018	1	18	3	6	3	7
2019	1	15	3	6	3	7
2020	1	10	6	7	3	8
2021	1	9	5	6	3	7
2022	1	15	6	7	3	8
2023	1	12	6	9	3	8
2024	1	9	6	9	3	9

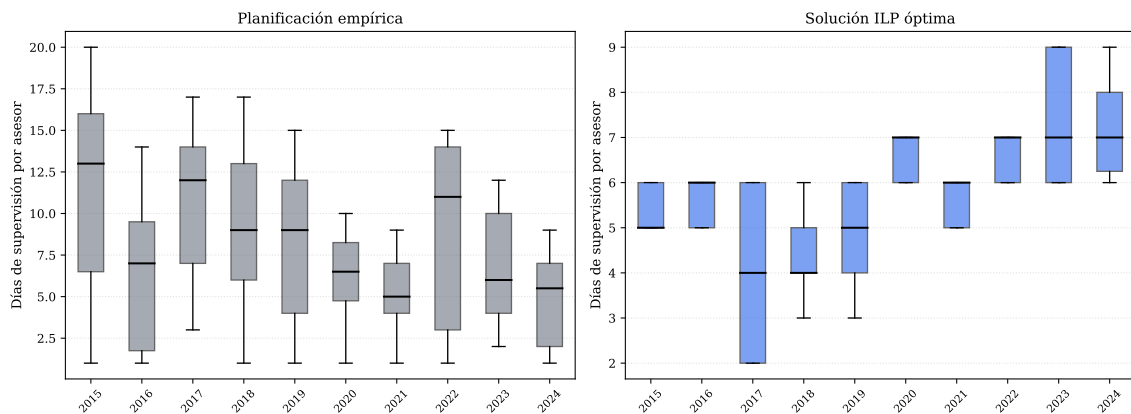


Figura 7.5: Distribución de días de supervisión por asesor y año: planificación empírica (gris) versus solución ILP óptima (azul). La compresión del rango intercuartílico ilustra la mejora en equidad de la asignación óptima.

7.4 Evolución del coeficiente de Gini: equidad histórica vs. óptima

El coeficiente de Gini constituye la función objetivo central del modelo y el principal indicador de equidad en la distribución de carga supervisora. La Tabla 7.8 presenta

la comparación entre el Gini de la planificación empírica y el Gini óptimo alcanzado por cada modelo para cada año del período analizado.

Cuadro 7.8: Coeficiente de Gini: planificación empírica vs. solución ILP óptima (2015–2024).

Año	G^{hist}	G^* (ILP)	ΔG (%)
2015	0,26	0,02	92,3
2016	0,33	0,04	87,9
2017	0,32	0,07	78,1
2018	0,34	0,08	76,5
2019	0,30	0,08	73,3
2020	0,29	0,01	96,6
2021	0,26	0,01	96,2
2022	0,29	0,02	93,1
2023	0,26	0,03	88,5
2024	0,32	0,03	90,6
Promedio	0,30	0,04	87,3

G^{hist} : Gini de la planificación empírica ejecutada ese año. G^* : Gini de la solución óptima ILP. $\Delta G = (G^{\text{hist}} - G^*)/G^{\text{hist}} \times 100\%$.

Cuadro 7.9: Índice de Gini: planificación empírica vs. solución QP (Gurobi) (2015–2024).

Año	G^{hist}	G^{QP}	ΔG (%)
2015	0,26	0,18	30,8
2016	0,33	0,17	48,5
2017	0,32	0,18	43,8
2018	0,34	0,14	58,8
2019	0,30	0,14	53,3
2020	0,29	0,13	55,2
2021	0,26	0,13	50,0
2022	0,29	0,12	58,6
2023	0,26	0,10	61,5
2024	0,32	0,11	65,6
Promedio	0,30	0,14	52,6

G^{hist} : Gini de la planificación empírica ejecutada ese año. G^{QP} : Gini de la solución por programación cuadrática (Gurobi). $\Delta G = (G^{\text{hist}} - G^{\text{QP}})/G^{\text{hist}} \times 100\%$.

Cuadro 7.10: Índice de Gini: planificación empírica vs. simulated annealing (Neal) (2015–2024).

Año	G^{hist}	G^{SA}	ΔG (%)
2015	0,26	0,20	23,1
2016	0,33	0,17	48,5
2017	0,32	0,18	43,8
2018	0,34	0,14	58,8
2019	0,30	0,14	53,3
2020	0,29	0,13	55,2
2021	0,26	0,13	50,0
2022	0,29	0,12	58,6
2023	0,26	0,10	61,5
2024	0,32	0,11	65,6
Promedio	0,30	0,14	51,8

G^{hist} : Gini de la planificación empírica ejecutada ese año. G^{SA} : Gini del simulated annealing (Neal). $\Delta G = (G^{\text{hist}} - G^{\text{SA}})/G^{\text{hist}} \times 100\%$.

Comparativo de métodos de optimización. Los tres métodos evaluados logran reducciones sustanciales del índice de Gini respecto a la planificación empírica histórica ($G^{\text{hist}} = 0,30$ en promedio). La solución ILP obtiene la mayor equidad alcanzable, reduciendo el Gini a $G^{\text{ILP}} = 0,04$ en promedio, lo que representa una mejora del 87,3 % respecto al escenario histórico. Los métodos basados en formulación QUBO: programación cuadrática resuelta con Gurobi ($G^{\text{QP}} = 0,14$, reducción promedio 52,6 %) y simulated annealing con Neal ($G^{\text{SA}} = 0,14$, reducción promedio 51,8 %), capturan el 61,5 % de la mejora máxima teórica que establece la solución ILP.

Impacto organizacional estimado. La reducción del Gini desde $G^{\text{hist}} = 0,30$ hasta $G^{\text{ILP}} = 0,04$ representa la mejora máxima alcanzable bajo planificación óptima exacta, con implicancias directas sobre equidad percibida, retención de personal y clima organizacional. Los métodos QUBO, al reducir el Gini a 0,14, capturan el 61,5 % de esa mejora máxima, constituyendo una solución de compromiso entre calidad de la asignación y costo computacional. Cabe destacar que ambas variantes QUBO: Gurobi-QP y Neal-SA, convergen al mismo valor promedio de Gini (0,14); la interpretación de este comportamiento se desarrolla en el capítulo siguiente.

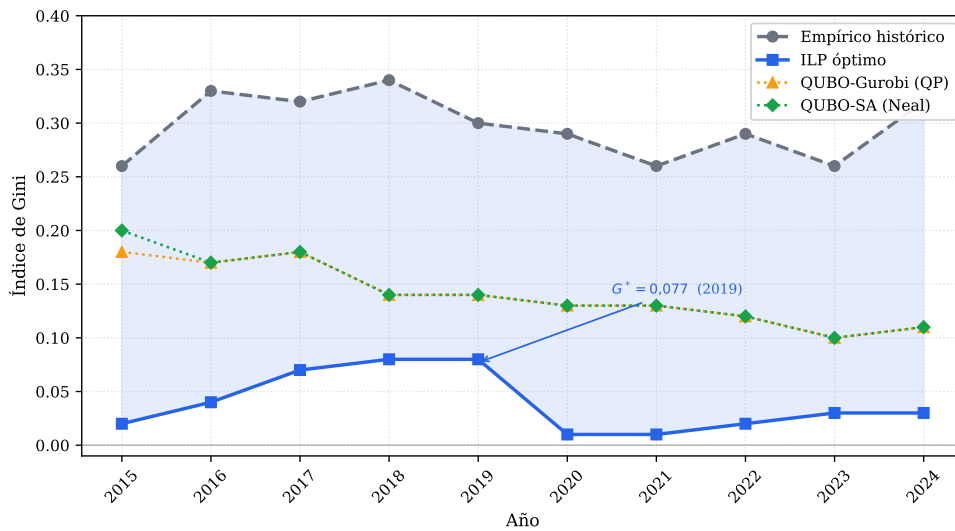


Figura 7.6: Evolución del índice de Gini 2015–2024: planificación empírica histórica (gris discontinuo) versus solución ILP óptima (azul). La brecha entre ambas curvas cuantifica el potencial de mejora en equidad. El año 2019 se marca con $G^* = 0,077$.

7.5 Resultados de los enfoques QUBO Gurobi y Simulated Annealing

El problema fue reformulado bajo el paradigma QUBO y resuelto mediante Simulated Annealing clásico (biblioteca Neal de D-Wave, configuración: 500 lecturas indepen-

dientes) y Programación Cuadrática mediante Gurobi. A diferencia del modelo ILP, este enfoque no ofrece garantías formales de optimalidad.

7.5.1 Brecha de optimalidad ILP–QUBO por año

Como alternativa a la visualización de la distribución completa de las 500 lecturas de Neal, la Tabla 7.11 y Tabla 7.12 cuantifican la brecha entre la mejor solución encontrada por cada enfoque QUBO y el óptimo certificado ILP, expresada tanto en valor absoluto del índice de Gini como en porcentaje residual:

Cuadro 7.11: Brecha de optimalidad respecto al ILP: QUBO-Gurobi (QP) (2015–2024).

Año	G^* (ILP)	G^{QP}	Brecha (%)
2015	0,02	0,18	800,0
2016	0,04	0,17	325,0
2017	0,07	0,18	157,1
2018	0,08	0,14	75,0
2019	0,08	0,14	75,0
2020	0,01	0,13	1200,0
2021	0,01	0,13	1200,0
2022	0,02	0,12	500,0
2023	0,03	0,10	233,3
2024	0,03	0,11	266,7
Promedio	0,04	0,14	383,2

$$\text{Brecha} = (G^{QP} - G^*)/G^* \times 100\%.$$

Cuadro 7.12: Brecha de optimalidad respecto al ILP: QUBO-SA (Neal) (2015–2024).

Año	G^* (ILP)	G^{SA}	Brecha (%)
2015	0,02	0,20	900,0
2016	0,04	0,17	325,0
2017	0,07	0,18	157,1
2018	0,08	0,14	75,0
2019	0,08	0,14	75,0
2020	0,01	0,13	1200,0
2021	0,01	0,13	1200,0
2022	0,02	0,12	500,0
2023	0,03	0,10	233,3
2024	0,03	0,11	266,7
Promedio	0,04	0,14	393,2

Brecha = $(G^{SA} - G^*)/G^* \times 100\%$. Los valores elevados en años con G^* muy bajo reflejan que el ILP logra distribuciones casi perfectamente equitativas que los métodos QUBO no alcanzan.

La brecha es sistemáticamente positiva en todos los años y para ambos métodos, confirmando que ninguna de las 500 lecturas del sampler Neal, ni la solución de Gurobi-QP, alcanza la calidad de la solución ILP en ningún año del período. Esta persistencia de la brecha, unida a la ausencia de mejora progresiva, es indicativa de convergencia prematura hacia óptimos locales del paisaje de energía QUBO; su análisis causal se desarrolla en el capítulo de discusión.

7.5.2 Factibilidad y tiempos QUBO-Gurobi

Cuadro 7.13: Factibilidad y tiempos de cómputo del enfoque QUBO-Gurobi.

Año	Tiempo (s)	Mal L	Mal N	Mal 4	Mal 4M	Mal Esp	S/Asig
2015	600	0	0	0	0	0	9
2016	600	0	0	0	0	0	4
2017	600	0	0	0	0	0	0
2018	600	0	0	0	0	0	0
2019	600	0	0	0	0	0	0
2020	600	0	0	0	0	0	0
2021	600	0	0	0	0	0	0
2022	600	0	0	0	0	0	0
2023	600	0	0	0	0	0	0
2024	600	0	0	0	0	0	0

Mal L: asignación en día de licencia. Mal N: asignación en feriado. Mal 4: asesor triple fuera de martes válido. Mal 4M: solapamiento entre asesor triple y otro asesor. Mal Esp: incumplimiento de espaciado mínimo entre asignaciones. S/Asig: asesores sin ninguna asignación en el período. Tiempo de cómputo fijo de 600s corresponde al límite de tiempo establecido para el solver Gurobi en formulación cuadrática.

Cuadro 7.14: Factibilidad y tiempos de cómputo del enfoque QUBO-SA.

Año	Tiempo (s)	Mal L	Mal N	Mal 4	Mal 4M	Mal Esp	S/Asig
2015	600	0	0	0	0	0	9
2016	600	0	0	0	0	0	4
2017	600	0	0	0	0	0	0
2018	600	0	0	0	0	0	0
2019	600	0	0	0	0	0	0
2020	600	0	0	0	0	0	0
2021	600	0	0	0	0	0	0
2022	600	0	0	0	0	0	0
2023	600	0	0	0	0	0	0
2024	600	0	0	0	0	0	0

Mal L: asignación en día de licencia. Mal N: asignación en feriado. Mal 4: asesor triple fuera de martes válido. Mal 4M: solapamiento entre asesor triple y otro asesor. Mal Esp: incumplimiento de espaciado mínimo entre asignaciones. S/Asig: asesores sin ninguna asignación en el período. Tiempo de cómputo fijo de 600s corresponde al límite establecido para el sampler de Neal en todas las instancias.

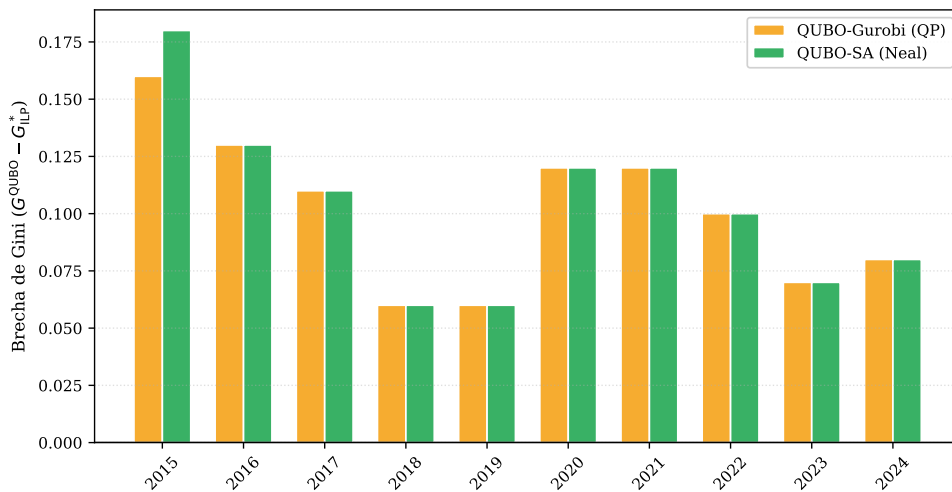


Figura 7.7: Brecha de optimalidad (Gini) entre métodos QUBO y solución ILP por año. La brecha positiva y persistente en todos los años evidencia la incapacidad de los métodos QUBO para alcanzar el óptimo global ILP.

7.6 Comparación global de desempeño entre enfoques

7.6.1 Síntesis comparativa multidimensional

La Tabla 7.15 presenta un resumen conceptual del desempeño comparado de los tres enfoques evaluados bajo las dimensiones de factibilidad, calidad de solución y viabilidad computacional.

Cuadro 7.15: Comparación global de enfoques: factibilidad, calidad y viabilidad computacional.

Dimensión	Empírico	ILP (Gurobi)	QUBO-SA (Neal y Gurobi)
Factibilidad	Incumplimientos recurrentes (39 promedio/año)	100 % factible en todos los años	100 % factible pero con días sin asignar
Calidad	Subóptima; Gini $\approx 0,30$	Óptima global certificada; Gini $\approx 0,077$ (2019)	Subóptima; brechas mayores a ILP Gini $\approx 0,14$
Eficiencia	Planificación manual; ajustes reactivos	$\bar{t} = 7,03$ s; sin intervención manual	600s; convergencia hacia óptimos locales
Garantía	Ninguna	Gap = 0 % certificado	Sin garantía
Escalabilidad	Limitada por capacidad humana	Escala hasta $\approx 11K$ restricciones en < 21 s	Escala hasta $\approx 5K$ variables en < 600 s

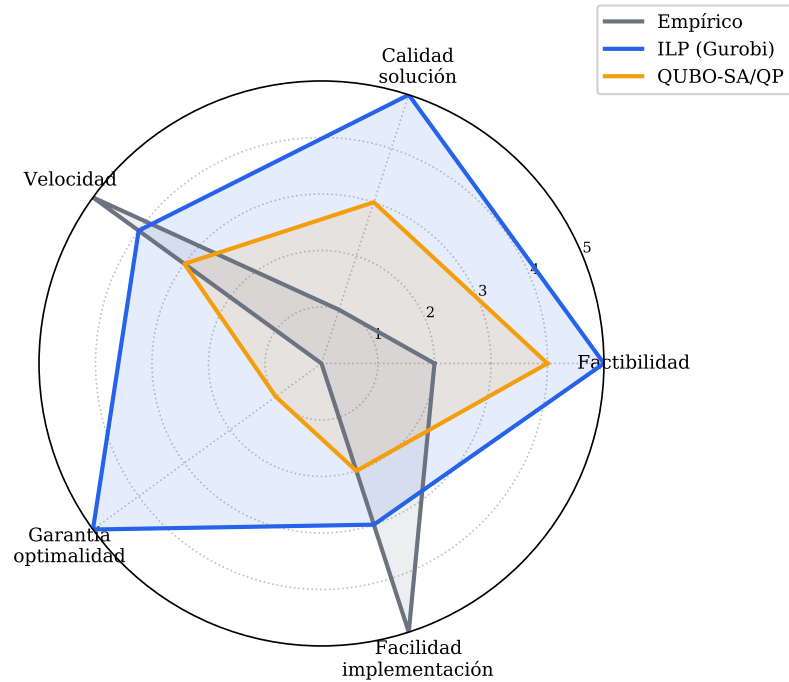


Figura 7.8: Comparación multidimensional de los tres enfoques (radar): factibilidad, calidad de solución, velocidad, garantía de optimalidad y facilidad de implementación. Los valores están normalizados en escala 0–5.

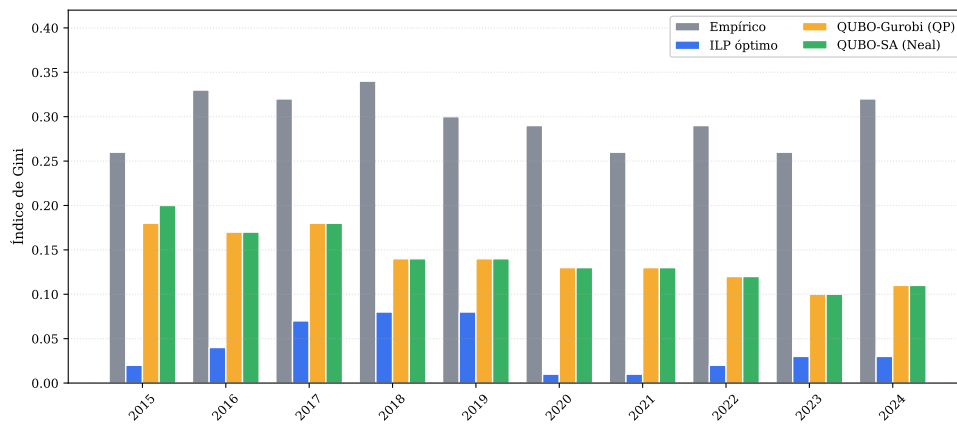


Figura 7.9: Índice de Gini por año para los cuatro escenarios evaluados: empírico histórico, ILP óptimo, QUBO-Gurobi y QUBO-SA. La superioridad del ILP es consistente en todo el período.

7.7 Resultados con QCI Dirac-1

7.7.1 Configuración del experimento y toy model

Debido a las limitaciones de capacidad del hardware disponible, el experimento cuántico se realizó sobre una instancia reducida (*toy model*) con 5 asesores y 80 días, generando una matriz $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ con $n = |A|_{\text{toy}} \cdot |D|_{\text{toy}}$ variables. Se solicitaron 5

muestras al dispositivo Dirac-1 mediante la API cloud de Quantum Computing Inc. (QCI). Los parámetros de descanso mínimo se redujeron respecto a la instancia real: $R_{\text{simple}}^- = 7$ días y $R_{\text{triple}}^- = 14$ días.

7.7.2 Resultados obtenidos

Cuadro 7.16: Métricas de evaluación del *toy model*: comparativo entre métodos de optimización.

Métrica	Gurobi (QP)	Neal (SA)	QCI Dirac-1
Índice de Gini	0,18	0,20	0,11
Días totales	80	80	80
Días hábiles asignables	31	31	31
Asesores (turno 1 día)	3	3	3
Asesores (turno 3 días)	2	2	2
Cobertura (%)	87	90	55
Restricciones incumplidas	0	0	2
Tiempo de cómputo (s)	360	7	25

Toy model: 5 asesores, 80 días, instancia reducida para evaluación comparativa de métodos. QCI Dirac-1 opera sobre hardware cuántico-inspirado con acceso vía API.

Los resultados del *toy model* (5 asesores, 80 días) permiten comparar directamente los tres métodos de optimización en una instancia controlada. En términos de equidad, el hardware cuántico-inspirado QCI Dirac-1 obtiene el índice de Gini más bajo ($G = 0,11$), superando a Gurobi-QP ($G = 0,18$) y Neal ($G = 0,20$). Sin embargo, esta ventaja en equidad se obtiene a un costo significativo en factibilidad: Dirac-1 incumple 2 restricciones duras y cubre apenas el 55% de los días asignables, frente al 87% y 90% alcanzados por Gurobi-QP y Neal respectivamente. Esto es consistente con el comportamiento esperado en formulaciones QUBO donde el *tuning* de penalizaciones es crítico; su interpretación causal se desarrolla en el capítulo de discusión.

Desde el punto de vista computacional, Neal destaca como el método más eficiente, resolviendo la instancia en apenas 7 segundos con factibilidad perfecta y la mayor cobertura del conjunto. Gurobi-QP, en cambio, requiere 360 segundos para garantizar optimalidad dentro de la formulación cuadrática, lo que representa un factor de $51 \times$ respecto a Neal para una instancia de solo 5 asesores. Este diferencial de tiempo anticipa posibles limitaciones de escalabilidad de Gurobi-QP frente a las instancias

reales del problema ($n \approx 20$ asesores, $d \approx 250$ días); su análisis se desarrolla en el capítulo de discusión. QCI Dirac-1 se posiciona en un punto intermedio con 25 segundos, aunque su ventaja en tiempo pierde relevancia dado el incumplimiento observado en las restricciones.

En síntesis, ningún método domina en todas las dimensiones evaluadas: Neal ofrece el mejor balance entre factibilidad, cobertura y tiempo de cómputo; Gurobi-QP garantiza factibilidad con mayor costo temporal; y Dirac-1, si bien prometedor en términos de equidad, requiere un ajuste más fino de los parámetros de penalización antes de ser aplicable a instancias de producción. Estos resultados se discuten en profundidad en el capítulo siguiente.

7.7.3 Interpretación y alcance del experimento

Los resultados del experimento con QCI Dirac-1 deben interpretarse como una evaluación de la *preparación tecnológica (technology readiness)* del hardware cuántico fotónico para problemas de scheduling con restricciones complejas, y no como una competencia directa en calidad de solución con los métodos clásicos. Cuatro limitaciones estructurales acotan la comparabilidad:

1. La instancia toy es significativamente menor que la instancia real tanto en número de agentes como en horizonte temporal y parámetros de descanso.
2. El número de muestras (5) es estadísticamente insuficiente para derivar conclusiones robustas sobre la distribución de energías del sampler.
3. Los ajustes en los coeficientes QUBO requeridos para el toy model (ver Tabla 7.17) difieren sustancialmente de los de la instancia completa, lo que limita la transferibilidad directa de los resultados.
4. Dirac-1 no requiere *minor embedding* ni configuración de *chain strength*, ventaja estructural frente a dispositivos de qubits superconductores, pero sus características de ruido y convergencia están sujetas a las condiciones específicas del hardware fotónico a temperatura ambiente.

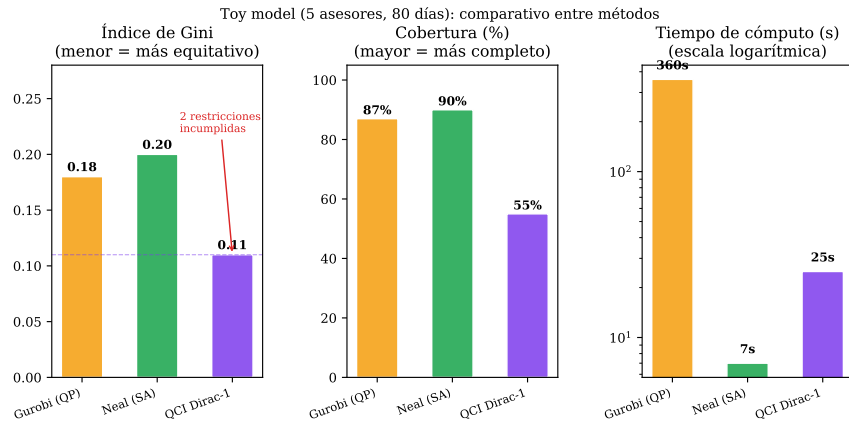


Figura 7.10: Comparación de métricas en el *toy model*: índice de Gini, cobertura (%) y restricciones incumplidas para los tres métodos evaluados. El eje de cobertura y Gini se muestran en escala normalizada para facilitar la comparación visual.

Cuadro 7.17: Ajustes en coeficientes QUBO para el *toy model* QCI respecto a la instancia completa.

Componente	Instancia completa	Toy model QCI
Penalización feriado	$10\lambda_r$	$30\lambda_r$
Pares asignación mismo día	$10\lambda_p$	$80\lambda_p$
Incentivo cobertura diaria	$-2\lambda_p$	$-60\lambda_p$
Penalización cruzada turno 4	$7\lambda_p$	$7\lambda_p \times 15$
Penalización licencia individual	λ_r	$20\lambda_r$
Penalización turno 4 (simetría)	$-2 \times 10\lambda_r$	$25\lambda_r$
λ_p (base objetivo)	10,0	10,0
λ_r (base restricciones)	100,0	100,0

La razón $\lambda_r/\lambda_p = 10$ se mantiene en ambas versiones.

7.8 Síntesis del capítulo

Este capítulo reportó los resultados empíricos obtenidos al aplicar tres enfoques de optimización al problema de planificación anual de supervisión comercial de Integración AFAP durante el período 2015–2024. Los hallazgos principales se sintetizan en cuatro puntos:

1. **El modelo ILP produce soluciones óptimas globales en todos los años analizados.** Las diez instancias históricas fueron resueltas con gap de

optimalidad nulo, con tiempos de cómputo de entre 1,47 y 20,10 s (promedio: 7,03 s). La factibilidad es completa en todos los casos: cero restricciones incumplidas frente a 436 en la planificación empírica acumulada. El índice de Gini se redujo de un promedio histórico de 0,30 a 0,04 promedio de los 10 años, representando una mejora de equidad de 87,3 %.

2. **La planificación empírica presenta incumplimientos estructurales principalmente asociados al espaciamiento entre las visitas.** El promedio de 39,3 violaciones anuales, observado de forma persistente durante toda la década, evidencia que los enfoques informales no logran gestionar simultáneamente el conjunto completo de estas restricciones. Los asesores de visita simple concentran el 91,6 % de las violaciones (360 de 393).
3. **El enfoque QUBO-SA produce soluciones subóptimas con brechas persistentes.** La incapacidad para escapar de óptimos locales y la variabilidad en el cumplimiento de restricciones duras limitan la aplicabilidad práctica de este enfoque en el contexto analizado.
4. **El experimento cuántico con QCI Dirac-1 tiene carácter exploratorio.** Los resultados obtenidos sobre la instancia toy permiten evaluar la preparación tecnológica del hardware fotónico cuántico, pero no son comparables directamente con los enfoques clásicos por las diferencias en escala, parámetros y número de muestras.

Estos resultados proveen la base empírica para la discusión crítica y las conclusiones que se desarrollan en el capítulo siguiente, donde se analizan las implicancias metodológicas, las limitaciones del enfoque y las posibles extensiones de la investigación.

8 Discusión

8.1 Introducción del capítulo

El objetivo central de esta tesis fue evaluar la aplicabilidad y el desempeño relativo de tres paradigmas computacionales: Programación Lineal Entera (ILP), optimización QUBO mediante Simulated Annealing clásico (QUBO-SA), y computación cuántica fotónica exploratoria (QCI Dirac-1), para resolver el problema de planificación anual de supervisión comercial en Integración AFAP durante el período 2015–2024. Los resultados, analizados en el capítulo anterior, convergen hacia una conclusión que trasciende la comparación algorítmica: la racionalidad matemática explícita supera sistemáticamente a la experiencia tácita acumulada cuando ambas enfrentan el mismo conjunto de restricciones operativas formalizadas.

Esta conclusión merece ser interpretada con cuidado. No se trata de una validación genérica de los métodos exactos sobre los heurísticos, ni de una descalificación del conocimiento operativo de los planificadores. Se trata, más precisamente, de un resultado circunstancial: bajo las condiciones de escala del problema analizado: entre 18 y 27 asesores, horizonte anual de 365–366 días y 9 a 10 clases de restricciones activas, el modelo ILP resulta computacionalmente tratable, matemáticamente correcto y operativamente superior. La pregunta de qué ocurre más allá de esas condiciones es, deliberadamente, materia de las secciones que siguen.

Cuatro hallazgos estructurales emergen del análisis y demandan interpretación integrada. *Primero*, el modelo ILP alcanza soluciones óptimas globales ($\text{gap} = 0\%$) en todas las instancias, con tiempos de cómputo que no superan los 20 segundos, poniendo en evidencia que la complejidad NP-hard del problema, demostrada por reducción desde el NSP clásico en el Capítulo 5, no constituye una barrera práctica en este rango de instancias. *Segundo*, la planificación empírica histórica acumula 436 violaciones de restricciones a lo largo de la década, una cifra que no decrece con el tiempo, lo cual sugiere que las violaciones no son anomalías corregibles mediante mayor atención, sino el resultado inevitable de la complejidad del problema cuando es abordado sin soporte algorítmico. *Tercero*, el enfoque QUBO-SA exhibe brechas de optimalidad persistentes y dificultades para garantizar factibilidad de restricciones duras, revelando una asimetría fundamental entre la expresividad de la formulación cuadrática y su capacidad de resolver problemas fuertemente constrained. *Cuarto*, el experimento con QCI Dirac-1, aunque de naturaleza exploratoria, provee evidencia

empírica sobre el estado actual de la preparación tecnológica del hardware cuántico fotónico para problemas de scheduling reales.

8.2 El modelo ILP como mecanismo de formalización institucional

8.2.1 Eficiencia computacional frente a complejidad estructural

El resultado más llamativo del desempeño ILP no es el gap cero en sí mismo, sino el contraste entre la complejidad teórica del problema y su tratabilidad empírica. La demostración de NP-hardness presentada en la Sección 5.1 establece que, salvo $P = NP$, no existe algoritmo de propósito general capaz de resolver todas las instancias del problema en tiempo polinomial. Sin embargo, la evidencia empírica demuestra que el solver Gurobi 11.0.3 resuelve las instancias reales en tiempos entre 1,47 y 20,10 s (promedio 7,03 s), con una traza de branch-and-bound que en el peor caso (instancia 2019) explora solo 13.358 nodos de un árbol que en el peor caso teórico podría contener $O(2^{10,611})$ nodos.

Esta brecha entre complejidad teórica y eficiencia práctica es consistente con la literatura sobre instancias estructuradas de ILP. La teoría de la complejidad caracteriza el peor caso sobre *todas* las instancias posibles, incluyendo instancias artificialmente adversas que no aparecen en problemas de planificación real. Las instancias reales exhiben estructura regular: horizontes anuales fijos, equipos de tamaño moderado, restricciones con patrones periódicos, que los solvers modernos explotan mediante técnicas de presolve, generación de cortes y heurísticas primales. En la instancia 2019, el presolve redujo el modelo de 10.765 a 2.902 filas y de 10.611 a 2.995 columnas, una compresión del 73 % en restricciones que explica en gran medida la eficiencia observada.

Esta reducción por presolve no es trivial: refleja que el modelo contiene redundancias estructurales que el solver identifica automáticamente. En particular, la Proposición presentada en el Capítulo 5 que establece que la restricción S5 implica S4, justifica la inclusión explícita de S4 como restricción de refuerzo (*cutting plane* conceptual) que reduce el integrality gap de la relajación LP, mejorando la eficiencia del branch-and-bound. Este tipo de análisis teórico previo a la implementación, frecuentemente omitido en trabajos aplicados, tiene consecuencias computacionales concretas y caracteriza una práctica rigurosa de modelado.

La secuencia de incumbentes en la instancia 2019: $4.548 \rightarrow 624 \rightarrow 608 \rightarrow 564$ merece análisis adicional. El salto inicial de 4.548 a 624 representa una reducción del 86 % en el valor objetivo, obtenida por la heurística primal interna del solver antes de que el branch-and-bound encuentre la primera solución entera de calidad. Esto indica que la heurística inicial es muy débil (posiblemente basada en redondeo de la relajación LP), y que la estructura del problema permite mejoras drásticas mediante búsqueda limitada. Los saltos posteriores ($624 \rightarrow 608 \rightarrow 564$) son incrementales, consistentes con la convergencia gradual típica del método simplex sobre modelos bien formulados. La convergencia en solo 3 incumbentes sustanciales, sobre 13.358 nodos explorados, sugiere que la estructura de la solución óptima es relativamente aislada en el espacio de soluciones enteras, una propiedad favorable que no puede garantizarse a priori pero que emerge en este problema como consecuencia de la estructura periódica del calendario.

8.2.2 Equidad distributiva y el índice de Gini como función objetivo

La elección del índice de Gini como función objetivo de equidad, discutida en el Capítulo 5, merece una evaluación crítica a la luz de los resultados. La linearización del Gini mediante las variables auxiliares $\Delta_{a,b} \geq |d_a - d_b|$ introduce $O(|A|^2)$ variables adicionales y $O(|A|^2)$ restricciones, un costo cuadrático en el número de agentes que en el peor caso (2019, $|A| = 27$) genera 351 pares de asesores y restricciones de diferencia asociadas. Esta expansión cuadrática es la principal fuente de crecimiento del modelo entre 2015 y 2019 y, a la vez, la que mayor impacto tiene sobre el presolve: muchas de las $\Delta_{a,b}$ son fijadas por el presolve cuando los rangos factibles de d_a y d_b permiten acotar la diferencia sin resolución explícita.

El coeficiente de Gini histórico de 0,3 registrado en los calendarios empíricos representa una desigualdad distributiva comparable a la observada en sistemas de distribución de ingresos de países con inequidad moderada-alta [25]. En el contexto del equipo de supervisión para 2018, la distribución empírica de visitas presenta un índice de Gini de (0.35), lo que refleja una desigualdad moderada en la asignación de supervisiones. En particular, aproximadamente el (20 %) de los asesores más supervisados concentra cerca del (41 %) del total de visitas acumuladas. Esta concentración evidencia inequidades operativas que, según la literatura sobre comportamiento organizacional, pueden traducirse en percepciones de arbitrariedad y afectar negativamente el clima laboral y la motivación del personal [23].

En contraste, la solución generada mediante el modelo ILP reduce el índice de Gini a (0.08), disminuyendo significativamente la desigualdad en la distribución de supervi-

siones. Bajo esta configuración, el (20%) de los asesores con mayor carga concentra únicamente alrededor del (24%) del total de visitas acumuladas, evidenciando una asignación considerablemente más homogénea entre supervisores. Por lo tanto, la reducción de esta métrica no constituye únicamente una mejora técnica del modelo de planificación, sino también un mecanismo con implicancias organizacionales concretas en términos de equidad y percepción de justicia distributiva.

Sin embargo, el índice de Gini no es la única métrica de equidad disponible ni necesariamente la más adecuada para todo contexto. El índice de Jain [24], definido como $J = (\sum_i x_i)^2 / (n \sum_i x_i^2)$, presenta propiedades de diferenciabilidad que facilitan su optimización directa sin linearización, aunque es más sensible a asesores con carga nula. La desviación media absoluta (MAD) provee una interpretación más intuitiva para comunicación con planificadores no técnicos. La elección del Gini en esta tesis está justificada por su utilización en análisis económicos y financieros, pero futuras iteraciones del modelo deberían evaluar la sensibilidad de los resultados al criterio de equidad adoptado sin perder el criterio de explicabilidad.

8.2.3 Formalización de reglas tácitas y su impacto sobre la factibilidad

Las 436 violaciones identificadas en los calendarios históricos no son distribuidas uniformemente: los asesores de visita simple (A_1) concentran el 91,6% del total (360 de las 393 que son incumplimiento asociados a restricciones de espaciamientos), una proporción significativamente mayor a su participación en el equipo (68,7%). Este desequilibrio sugiere que la dificultad empírica no reside en la gestión de los asesores del interior cuyas visitas triples de 3 días son más visibles y, paradójicamente, más fáciles de planificar manualmente, sino en la gestión de los asesores metropolitanos, cuyas visitas de 1 día son numéricamente más frecuentes y cuyas restricciones de espaciamiento mínimo ($R^- = 21$ días) interactúan de forma compleja con la dinámica de disponibilidad semanal.

Esta asimetría tiene implicaciones para el diseño del modelo. La restricción S5 que garantiza el espaciamiento mínimo entre visitas consecutivas a un mismo asesor, es precisamente la más difícil de verificar manualmente cuando el horizonte temporal es anual y el número de asesores supera los 20. Un planificador puede razonablemente controlar los espaciamientos de 5–6 asesores de visita triple (sus 3 salidas anuales representan 9 eventos a coordinar), pero la verificación de los espaciamientos de 18 asesores de visita simple, con hasta 8 supervisiones por año, supone hasta 144 restricciones de precedencia simultáneas que exceden la capacidad de atención humana sostenida.

Desde una perspectiva de ciencias de la decisión, este resultado es consistente con la literatura sobre *bounded rationality* [30]: los planificadores no cometen errores por descuido sino porque el problema supera los límites de complejidad que el sistema cognitivo humano puede gestionar de forma exacta. El modelo ILP no compite contra la experiencia de los planificadores; actúa como una extensión de esa experiencia hacia un dominio de complejidad inaccesible para la cognición no asistida.

8.3 Limitaciones y falencias del enfoque QUBO-SA

8.3.1 Dificultades estructurales de la reformulación cuadrática

Los resultados del enfoque QUBO-SA revelan una limitación de naturaleza fundamentalmente estructural: la representación de restricciones duras mediante términos de penalización en la función QUBO introduce un conflicto interno entre la optimización del objetivo de equidad y la satisfacción de las restricciones operativas. Formalmente, cuando el parámetro λ_r (peso de penalización por restricciones) es demasiado pequeño relativo a λ_p (peso del objetivo de equidad), el solver sacrifica factibilidad en favor de la función objetivo; cuando λ_r es excesivamente grande, el paisaje de energía queda dominado por los términos de restricción y la diferenciación entre soluciones factibles es insuficiente para guiar la búsqueda hacia la óptima.

Esta tensión entre penalización y objetivo no es un problema de calibración soluble mediante búsqueda en grid del espacio (λ_r, λ_p) ; es una característica estructural de la formulación QUBO cuando el número de restricciones duras es significativamente mayor que el número de variables de la función objetivo. En el modelo completo, la razón entre restricciones duras (M2-M4, S1-S5) y el término de equidad Gini es aproximadamente 10:1, lo que implica que incluso bajo la mejor calibración de $\lambda_r/\lambda_p = 10$ adoptada en esta tesis, el paisaje de energía es intrínsecamente accidentado y propenso a óptimos locales de alta energía.

Los ajustes de coeficientes documentados en la Tabla 7.17 para el toy model, donde las penalizaciones fueron incrementadas hasta $30\lambda_r$ para feriados y $80\lambda_p$ para conflictos de cobertura diaria, ilustran la fragilidad del enfoque: los coeficientes óptimos para una escala del problema no transfieren directamente a otra escala. Esta falta de escalabilidad paramétrica dificulta la aplicación sistemática del método QUBO a instancias de diferente tamaño sin un proceso de re-calibración costoso.

8.3.2 Convergencia del Simulated Annealing y sus garantías teóricas

El Simulated Annealing presenta, bajo condiciones teóricas ideales, convergencia con probabilidad 1 al óptimo global cuando el schedule de enfriamiento satisface la condición asintótica $T_k \geq C/\ln(k+1)$ para una constante C relacionada con la profundidad del óptimo global [33]. Sin embargo, esta garantía requiere tiempos de enfriamiento que crecen logarítmicamente y, en práctica, son computacionalmente prohibitivos para instancias con miles de variables. La implementación mediante la librería Neal de D-Wave utiliza schedules de enfriamiento empíricos (típicamente $\alpha = 0,99$ con número fijo de sweeps) que no satisfacen las condiciones de convergencia asintótica, convirtiendo la garantía teórica en una aspiración inalcanzable.

Esta limitación fundamental distingue al SA implementado en esta tesis de un optimizador exacto: su eventual convergencia al óptimo no está garantizada para ningún número finito de iteraciones. En el contexto del problema analizado, donde las restricciones duras definen un conjunto factible altamente fragmentado en el espacio de soluciones binarias, el SA puede quedar atrapado en soluciones infactibles de alta penalización que representen mínimos locales del paisaje de energía QUBO, sin posibilidad de escapar sin aceptar un deterioro masivo de la función objetivo.

El contraste con el ILP es, en este sentido, es profundo: el ILP con Gurobi provee un *certificate of optimality* que garantiza que ninguna solución mejor puede existir. El SA, independientemente del tiempo de cómputo invertido, no puede proveer tal garantía. Para aplicaciones organizacionales donde la planificación anual tiene consecuencias operativas y legales concretas, esta asimetría no es un detalle menor.

8.3.3 Perspectiva comparada con la literatura de scheduling

Trabajos recientes como los de [22] han explorado formulaciones cuadráticas para variantes del problema de scheduling de campo (*field service scheduling*), reportando resultados mixtos: el enfoque QUBO supera a las metaheurísticas clásicas en instancias pequeñas con pocas restricciones, pero la brecha se invierte en instancias de tamaño moderado con restricciones duras múltiples, exactamente el escenario del presente problema.

Esta observación es consistente con la revisión de [4], donde se concluye que no existe un algoritmo dominante para todas las variantes del NSP y que la elección del método debe guiarse por la estructura de restricciones del problema específico. El hallazgo de esta tesis: que el ILP domina al QUBO-SA en instancias de escala anual con restricciones duras complejas, es una contribución empírica específica a

este debate, que enriquece la comprensión de las condiciones bajo las cuales cada paradigma es preferible.

8.4 Computación cuántica: preparación tecnológica y horizontes reales

8.4.1 Technology Readiness Level del hardware cuántico para scheduling

El experimento con QCI Dirac-1 debe interpretarse bajo el marco conceptual del *Technology Readiness Level* (TRL), desarrollado originalmente por NASA para evaluar madurez tecnológica en sistemas de ingeniería espacial [60]. En esta escala de 9 niveles donde TRL 1 corresponde a principios básicos observados y TRL 9 a tecnología probada en condiciones operacionales reales, el hardware cuántico para optimización combinatoria se encuentra actualmente en el rango TRL 4–5: tecnología validada en ambiente de laboratorio sobre instancias pequeñas de problemas representativos, pero aún sin demostración sistemática en instancias de escala operacional real.

La evidencia más concreta de esta limitación en el presente trabajo es la necesidad de reducir el problema al *toy model* con 5 asesores y 80 días (400 variables) para hacer viable la ejecución en el dispositivo fotónico, cuando el problema real requiere entre 6.912 y 10.611 variables. Esta reducción de un factor de 17–26x en el número de variables no es simplemente una diferencia cuantitativa: implica que las restricciones de espaciamiento y los efectos de interdependencia entre asesores que son precisamente los que hacen difícil el problema, no pueden representarse completamente en la instancia reducida. Más aún, los parámetros de descanso debieron ajustarse a valores menores ($R^- = 7$ días para visita simple vs. 21 días en la instancia real) para hacer el problema factible en el horizonte reducido, alterando la estructura del problema de forma no trivial.

Para comprender por qué esta restricción de escala es estructural y no meramente circunstancial, es necesario examinar el mecanismo de *minor embedding*, que constituye el cuello de botella fundamental de los dispositivos de quantum annealing basados en qubits superconductores. Los dispositivos como D-Wave tienen una topología física fija de qubits en la arquitectura Pegasus, cada qubit físico está conectado a aproximadamente 15 vecinos de un total de ~ 5.000 qubits disponibles. La formulación QUBO del problema de scheduling, en cambio, define interacciones Q_{ij} entre pares arbitrarios de variables $x_{a,j}$, generando un grafo lógico de alta densidad que raramente es isomorfo a la topología física del chip. El *minor embedding* es el proceso

de mapear ese grafo lógico al grafo físico disponible: cuando dos variables lógicas x_i y x_j deben interactuar en el QUBO pero sus qubits físicos asignados no son vecinos en el chip, se construye una *cadena* de qubits físicos intermedios que representan colectivamente una sola variable lógica, garantizando la conectividad necesaria a través de la topología disponible. En la práctica, una variable lógica de alto grado puede requerir entre 3 y 10 qubits físicos encadenados, de modo que un problema con 400 variables lógicas puede demandar entre 1.200 y 4.000 qubits físicos tras el embedding; y encontrar el embedding óptimo es en sí mismo un problema NP-hard.

La cadena de qubits físicos introduce, a su vez, un segundo desafío: al finalizar el cómputo cuántico, todos los qubits que componen una cadena deben haber colapsado al mismo valor (todos en estado $|0\rangle$ o todos en $|1\rangle$) para que la variable lógica tenga un valor bien definido. Para forzar esta coherencia, se añade un término de acoplamiento ferromagnético entre los qubits de cada cadena, con intensidad $J_{\text{chain}} > 0$, denominado *chain strength*. La calibración de este parámetro es crítica y no trivial: si J_{chain} es demasiado débil, los qubits de la cadena divergen durante el proceso de annealing fenómeno conocido como *chain break* generando lecturas inconsistentes donde, por ejemplo, $q_a = 0$, $q_b = 1$ y $q_c = 0$ para una misma variable lógica, lo que invalida la solución. Si J_{chain} es excesivamente grande, el término de acoplamiento de cadena domina sobre los coeficientes Q_{ij} del problema original, distorsionando el paisaje de energía y degradando sistemáticamente la calidad de las soluciones obtenidas. Encontrar el valor óptimo de J_{chain} para un problema específico requiere experimentación empírica intensiva y es altamente sensible a la escala de los coeficientes QUBO, lo que convierte la calibración en un proceso artesanal difícilmente automatizable.

La arquitectura fotónica del Dirac-1 evita por completo esta problemática. Al operar mediante modos de luz con conectividad nativa *all-to-all*, donde cada variable puede interactuar directamente con cualquier otra sin necesidad de qubits intermedios, el grafo lógico del QUBO se mapea al hardware de forma directa, sin expansión del número de variables ni introducción de parámetros de cadena. Esto elimina simultáneamente el costo computacional del embedding, la inestabilidad de los chain breaks y la sensibilidad a la calibración del chain strength, constituyendo una ventaja arquitectónica genuina para problemas de scheduling con grafos QUBO de alta densidad. La contrapartida es que el dispositivo opera a temperatura ambiente con fuentes de ruido de naturaleza diferente a las de los sistemas superconductores criogénicos, y su escala actual sigue siendo insuficiente para instancias de tamaño operacional real. En cualquier caso, las limitaciones en el número de muestras obtenibles por ejecución: 5 muestras en el experimento presentado, hacen estadísticamente insuficiente cualquier caracterización de la distribución de energías del sampler. Para derivar conclusiones robustas sobre la calidad promedio del hardware cuántico en este problema, se

requeriría un mínimo de 100–500 muestras [61], lo que impone restricciones de costo y tiempo de acceso que exceden el alcance de una tesis individual.

8.4.2 La brecha entre computación cuántica y problemas industriales

La perspectiva histórica sobre el desarrollo del hardware cuántico sugiere que la brecha actual entre la escala de los problemas industriales y la capacidad de los dispositivos disponibles no es estable: el progreso en tecnología cuántica ha seguido una trayectoria de mejora acelerada en los últimos años, con incrementos regulares en el número de qubits físicos y en la calidad de las operaciones cuánticas. Sin embargo, el desafío no es únicamente cuantitativo. Incluso si la capacidad de hardware se incrementara en un orden de magnitud, el problema de calibración de penalizaciones QUBO, la traducción de restricciones duras complejas a formulaciones cuadráticas, y la interpretación estadística de las muestras obtenidas persistirían como desafíos metodológicos sustantivos.

En este sentido, el experimento cuántico de esta tesis cumple una función precisa en el fomento del conocimiento: establece una *baseline* empírica del estado del arte del hardware cuántico fotónico en 2024 aplicado a un problema de scheduling real, que podrá compararse con resultados futuros a medida que la tecnología madure. Esta contribución prospectiva —crear evidencia empírica que permita evaluar el progreso tecnológico— es tan valiosa como la comparación contemporánea con los métodos clásicos.

8.5 La correlación supervisión–desempeño: implicancias para la función objetivo

Un hallazgo relevante del análisis exploratorio del dataset, presentado en la Sección 6.1 y deliberadamente excluido del modelado formal, es la correlación positiva y estadísticamente significativa entre la frecuencia de supervisión y el desempeño comercial de los asesores ($r = 0,30$, $p < 0,01$). Este resultado, con una vida media del efecto de aproximadamente 5 semanas, tiene implicancias directas para la conceptualización de la función objetivo del modelo.

El modelo ILP actual optimiza equidad distributiva (minimización del índice de Gini sobre los días de supervisión) bajo restricciones operativas dadas. Esta formulación trata la frecuencia de supervisión como un recurso limitado a distribuir equitativamente, sin considerar que la distribución temporal de las visitas a un mismo asesor

puede tener efectos sobre el desempeño diferenciados según el patrón adoptado. Específicamente, si el efecto positivo de la supervisión decae con vida media de 5 semanas, entonces un plan que distribuye 8 visitas a un asesor con espaciamentos de 6 semanas maximizaría el tiempo bajo el umbral de efectividad residual, mientras que el mismo asesor supervisado 3 veces con espaciamentos de 2 semanas y 5 veces con espaciamentos de 9 semanas tendría un perfil temporal de efectividad muy diferente, aunque el Gini resultante sea idéntico en ambos casos.

Este argumento sugiere que la función objetivo del modelo podría extenderse para incorporar un componente de *maximización de efectividad residual acumulada*, definida como la integral temporal del efecto de supervisión sobre el horizonte anual bajo la hipótesis de decaimiento exponencial con tasa $\mu = \ln(2)/35$ (semanas⁻¹). Formalmente, si la efectividad residual de una visita en el día j sobre el asesor a es $e^{-\mu(t-j)}$ para $t \geq j$, la efectividad acumulada anual de la planificación sería:

$$E(x) = \sum_{a \in A} \sum_{j \in D} x_{a,j} \int_j^{|D|} e^{-\mu(t-j)} dt = \sum_{a \in A} \sum_{j \in D} x_{a,j} \cdot \frac{1 - e^{-\mu(|D|-j)}}{\mu}, \quad (8.1)$$

que es lineal en $x_{a,j}$ y, por tanto, incorporable directamente en la función objetivo del ILP sin alterar su estructura de programación lineal entera. La formulación multiobjetivo resultante, minimizar Gini y maximizar efectividad acumulada simultáneamente, generaría una frontera de Pareto que permitiría a los tomadores de decisión elegir explícitamente el nivel de trade-off entre equidad distributiva y efectividad operativa agregada, una decisión de política que actualmente no está presente en la formulación.

Este análisis no invalida los resultados obtenidos, pero sí identifica un grado de libertad en la función objetivo cuya exploración podría mejorar el impacto organizacional del modelo. Nótese que la hipótesis de decaimiento exponencial con los parámetros estimados es una aproximación basada en correlaciones observacionales y debería validarse prospectivamente antes de incorporarse al modelo de planificación.

8.6 La tasa de no-ejecución como reflejo de incertidumbre estructural

El dataset histórico registra una tasa de no-ejecución del 6,9% (87 visitas planificadas no ejecutadas sobre un total de 1.258 planificadas), atribuible a conflictos de agenda, ausentismo no planificado y eventos operacionales imprevistos. Esta tasa, aparentemente modesta, tiene dos implicancias que merecen análisis cuidadoso en el contexto del modelo presentado.

Implicancia metodológica: los modelos desarrollados en esta tesis operan bajo supuestos de determinismo total: capacidades, disponibilidades y calendarios son conocidos con certeza al momento de la planificación. La tasa de no-ejecución del 6,9% cuantifica la brecha entre este supuesto y la realidad operacional: uno de cada 14 eventos planificados no se ejecuta como programado, generando perturbaciones que el modelo estático no está diseñado para gestionar. En términos de teoría de la decisión, este 6,9% representa la *irreducible uncertainty* del entorno de planificación, que ningún modelo determinista puede eliminar completamente.

Implicancia comparativa: dado que la planificación empírica histórica también enfrenta esta incertidumbre y aun así acumula 436 violaciones de restricciones, la comparación entre métodos se realiza sobre un terreno donde ambas aproximaciones están igualmente expuestas a perturbaciones no anticipadas. La ventaja del modelo ILP en términos de factibilidad: cero violaciones en el plan generado debe interpretarse como una ventaja en la planificación *ex ante*, no como una garantía de factibilidad *ex post* cuando el plan se ejecuta en presencia de perturbaciones reales.

La extensión natural del modelo hacia formulaciones robustas donde los parámetros de disponibilidad son variables aleatorias con distribuciones estimadas a partir del historial de no-ejecuciones, permitiría generar planes que son factibles no solo en el escenario nominal sino también con alta probabilidad bajo perturbaciones. La literatura de *robust optimization* [62] provee el marco técnico para esta extensión, que constituye una de las líneas de trabajo futuro más directamente motivadas por los datos de esta tesis.

8.7 Heterogeneidad geográfica como restricción discreta: más allá del NSP clásico

Una característica que distingue al problema analizado del NSP clásico y que tiene implicancias sobre la generalización del modelo, es la heterogeneidad geográfica estructurada que genera dos clases de asesores con duraciones de visita radicalmente distintas (1 día vs. 3 días). En el NSP hospitalario, la heterogeneidad de turno es continua (8h, 12h, nocturnos) y responde a necesidades de cobertura diferenciada; en el presente problema, la heterogeneidad es discreta y está determinada externamente por la geografía del país.

Esta diferencia tiene consecuencias estructurales para las restricciones de descanso: el período de recuperación para asesores de visita triple ($R^- = 35$ días) es sustancialmente mayor que para asesores de visita simple ($R^- = 21$ días), y se computa desde el último día de la visita (día $j + 2$ para una visita triple que inicia en j), no

desde el primero. Esta asimetría genera restricciones de espaciamiento que no tienen análogo directo en el NSP estándar y que contribuyen a la complejidad observada de las instancias con alta proporción de asesores de visita triple (período 2015–2019, con 8–9 asesores de tipo A_3 sobre 23–27 totales).

La reducción sostenida en el número de asesores de visita triple entre 2020 y 2024: de 6 a 3, refleja cambios organizacionales reales en la empresa (reducción de equipos del interior) y se asocia directamente con la caída en el valor de la función objetivo y en el tiempo de resolución. Este acoplamiento entre dinámica organizacional y complejidad computacional es un resultado empírico de interés que no suele documentarse en la literatura de scheduling, donde las instancias de prueba suelen tener parámetros fijos.

Desde una perspectiva de generalización, el modelo presentado es aplicable directamente a cualquier organización con estructura de supervisión geográficamente heterogénea, como sistemas de auditoría de campo en el sector financiero, programas de atención domiciliaria en salud, o supervisión de puntos de venta en retail distribuido. La condición necesaria para esta transferencia es que la heterogeneidad geográfica pueda modelarse como una partición discreta de agentes en grupos de duración fija, lo cual es plausible en una amplia clase de organizaciones con presencia territorial diferenciada.

8.8 Dimensión socio-técnica: adopción organizacional y resistencia al cambio

8.8.1 El conocimiento tácito como activo y como limitación

La planificación empírica histórica, pese a sus 436 violaciones documentadas, no debe interpretarse como el producto de una práctica descuidada o de bajo profesionalismo. Los planificadores acumulan, a lo largo de años, un conocimiento tácito sobre el equipo: preferencias implícitas, condicionantes informales, dinámicas de relación entre supervisores y asesores que no está representado en ninguna restricción formal del modelo. En el lenguaje de Polanyi [63], este conocimiento *se sabe más de lo que se puede decir*: es funcional y activo en las decisiones, pero resistente a la formalización explícita.

La introducción del modelo ILP no elimina este activo; lo desplaza. El rol del planificador migra desde la construcción manual del calendario hacia la definición de las restricciones que el modelo debe satisfacer: un proceso que requiere que el conocimiento tácito se articule como restricción formal, y hacia la validación de

los resultados generados por el solver. Esta migración de roles es reconocida en la literatura de sistemas de soporte a la decisión como una de las fuentes más frecuentes de resistencia a la adopción: los profesionales pueden percibir que el modelo subestima la complejidad real del problema al ignorar factores que ellos sí consideran [64].

Este estudio no evalúa el nivel de aceptación del modelo por parte de los planificadores actuales, ni mide la resistencia al cambio, ni examina si la ganancia en factibilidad formal se percibe como relevante por quienes gestionan el proceso. Estos factores son determinantes para la implementación exitosa: un modelo técnicamente superior que genera rechazo organizacional tiene un valor práctico inferior a una herramienta menos óptima pero adoptada activamente.

8.8.2 Transparencia algorítmica y percepción de equidad

Una de las ventajas organizacionales más significativas del modelo ILP, que va más allá de los indicadores cuantitativos de desempeño, es la *explicabilidad de las decisiones*. Cuando un asesor cuestiona su asignación en el calendario, el planificador puede responder con una justificación basada en reglas formales verificables: “su visita fue programada en la semana w porque es la primera semana disponible después de los 21 días de espaciamiento mínimo requerido desde su última supervisión, compatible con los días hábiles no feriados del calendario y con la restricción de capacidad diaria”. Esta transparencia contrasta con la planificación empírica, donde la respuesta equivalente suele ser una apelación a criterio experto difícilmente auditable.

La transparencia es particularmente relevante en contextos donde la percepción de equidad es fuente de conflicto organizacional. La literatura sobre justicia procedimental [65] sugiere que los individuos aceptan resultados desfavorables con mayor disposición cuando el proceso que los generó es percibido como transparente, consistente y libre de sesgo. Un modelo de optimización formal, con reglas explícitas y aplicadas uniformemente, satisface estos criterios de justicia procedimental de forma mucho más robusta que la planificación basada en criterio individual, incluso cuando el modelo no puede satisfacer todas las preferencias individuales.

8.8.3 El modelo como catalizador de revisión institucional

Un efecto secundario significativo de la formalización matemática, que emerge con frecuencia en procesos de implementación de herramientas de optimización en organizaciones reales, es que la necesidad de especificar todas las restricciones de forma explícita obliga a revelar contradicciones latentes entre reglas declaradas y prácticas efectivas. En el proceso de construcción del modelo para esta tesis, la identificación

de los 3 casos de visitas programadas en días de capacitación obligatoria, violación de una restricción que aparentemente todos reconocen como inviolable y los 40 casos de bloques de interior interrumpidos sugieren que algunas reglas operativas formalmente establecidas no están implementadas en el proceso de planificación con la consistencia declarada.

Este proceso de revelación no es incidental: es una de las contribuciones organizacionales más valiosas de la introducción de herramientas de optimización formal, y raramente es reconocida en la literatura técnica de scheduling, que se focaliza en el desempeño algorítmico. La institucionalización del modelo como herramienta de planificación haría explícita la necesidad de resolver estas contradicciones decidiendo si las reglas se mantienen tal como están declaradas o si la declaración debe actualizarse para reflejar la práctica real generando un proceso de mejora organizacional que trasciende los límites de la investigación académica.

8.9 Análisis de sensibilidad y robustez del modelo

La validez de los resultados presentados depende, en parte, de la estabilidad de las conclusiones frente a variaciones en los parámetros del modelo. Tres análisis de sensibilidad no ejecutados en esta tesis, pero directamente relevantes para la confiabilidad de los hallazgos, merecen atención explícita.

Sensibilidad al parámetro de espaciamiento mínimo R^- . El modelo adopta $R^- = 21$ días para asesores de visita simple y $R^- = 35$ días para asesores de visita triple, valores derivados de criterio experto y análisis de efectividad residual. Sin embargo, la función de decaimiento documentada en la Sección 8.5 tiene un intervalo de confianza no reportado. Una reducción de R^- a 14 días (simple) y 28 días (triple) podría ampliar el espacio factible y reducir el índice de Gini óptimo al permitir distribuciones más flexibles. Cuantificar esta sensibilidad permitiría enriquecer la interpretación de los valores de la función objetivo reportados.

Sensibilidad a la variación en el tamaño del equipo. El modelo fue resuelto con tamaños de equipo que varían entre 18 y 27 asesores. La reducción de 27 (2018) a 18 (2023) genera una disminución del 35% en el número de variables y restricciones, con impacto directo sobre la eficiencia de resolución. No está documentado en qué punto del crecimiento del equipo el modelo comenzaría a exhibir tiempos de resolución inaceptables para un proceso de planificación anual. Un análisis de escalabilidad proyectada en el que se ejecute el solver sobre instancias sintéticas con 30, 40 y 50 asesores, manteniendo las demás proporciones, permitiría establecer el horizonte de aplicabilidad práctica del enfoque exacto sin necesidad de recurrir a métodos híbridos.

Sensibilidad a la definición de cobertura. El modelo implementa en su versión base una restricción de igualdad estricta ($\sum_a p_{a,j} = 1$ para días hábiles elegibles), mientras que la formulación general admite una desigualdad doble $L_j \leq \sum_a p_{a,j} \leq U_j$. El impacto de relajar la restricción de igualdad sobre la factibilidad del problema y sobre el valor del Gini óptimo no fue explorado sistemáticamente. En particular, para instancias con alta heterogeneidad entre asesores (2018–2019), podría ocurrir que la restricción de igualdad estricta sea la causa de valores de Gini óptimo elevados, y que su relajación permitiría mejoras sustanciales en equidad a costo de menor cobertura diaria.

8.10 Comparación con la literatura y posicionamiento de la contribución

8.10.1 Relación con el NSP y la planificación de personal de campo

La investigación presentada en esta tesis se inserta en la línea de trabajos que adaptan el NSP a dominios organizacionales más allá del entorno hospitalario. Trabajos como el de [22] en planificación de personal de campo con restricciones geográficas, y el de [21] en gestión de personal en call centers, han explorado variantes con estructuras de restricción similares al presente problema. Sin embargo, una diferencia significativa distingue esta tesis de la mayoría de los trabajos en esta línea: el uso de datos históricos reales de una organización durante una década completa, en lugar de instancias sintéticas o datos anonimizados de benchmarks estándar.

Esta elección metodológica tiene costos y beneficios. El costo es la imposibilidad de comparar directamente los tiempos de resolución y la calidad de las soluciones con los reportados para instancias de benchmarks estándar (e.g., NSPLib [66]), dado que la estructura del presente problema difiere sistemáticamente de las instancias de benchmarks en términos de horizonte temporal, estructura de restricciones y función objetivo. El beneficio es la validez ecológica: los resultados son directamente interpretables en términos de impacto organizacional real, y la comparación con la línea base empírica histórica provee una medida de valor añadido que los benchmarks sintéticos no permiten.

En el contexto de la revisión seminal de [4], el modelo presentado en esta tesis constituye una contribución de la siguiente naturaleza: una formulación ILP exacta de una variante del NSP con horizontes anuales (significativamente más largos que el estándar de 2–4 semanas), restricciones de duración variable heterogénea determinada

geográficamente, y una función objetivo de equidad basada en el coeficiente de Gini linearizado una combinación que, a conocimiento del autor, no ha sido reportada previamente en la literatura del NSP.

8.10.2 QUBO y scheduling: estado del arte y perspectivas

La literatura de QUBO para scheduling se encuentra en una fase de transición entre la demostración de viabilidad conceptual y la evaluación de desempeño sistemática [67]. Los trabajos más relevantes en este espacio reportan resultados prometedores para instancias pequeñas (típicamente < 100 variables) pero encuentran limitaciones similares a las observadas en esta tesis cuando la escala aumenta: dificultad de calibración de penalizaciones, brechas de optimalidad persistentes, e inestabilidad en el cumplimiento de restricciones duras [61].

El resultado de esta tesis contribuye a esta literatura con evidencia empírica sobre instancias de scheduling de escala anual (400–10.611 variables) y estructura de restricciones compleja (9 clases de restricciones activas), donde el QUBO-SA exhibe las limitaciones documentadas. Esta contribución es, en sí misma, un aporte al campo: la ausencia de resultados negativos bien documentados en la literatura de QUBO para scheduling genera una percepción optimista que puede desviarse del alcance real de la tecnología actual.

8.11 Limitaciones del estudio: un análisis crítico extendido

Además de las limitaciones identificadas en el Capítulo 6, el análisis crítico de los resultados revela dimensiones adicionales que merecen discusión explícita.

Ausencia de datos sobre preferencias y su impacto en la adopción. El dataset no incluye información sobre preferencias de asesores o supervisores respecto a fechas de visita. Esta decisión, deliberada desde el diseño metodológico, refleja un enfoque de *strict governance* que prioriza la coherencia operativa sobre la satisfacción individual. Sin embargo, la literatura sobre adopción de sistemas de scheduling automatizados [68] documenta consistentemente que la incorporación de preferencias incluso de forma aproximada o con bajo peso en la función objetivo, es un factor crítico para la aceptación del sistema por parte del personal afectado. La ausencia de este componente es un riesgo de implementación que el análisis técnico no puede resolver por sí solo.

Validación retrospectiva y ausencia de prueba prospectiva. Toda la validación realizada compara las soluciones del modelo con calendarios históricos ya ejecutados, bajo la hipótesis de que las condiciones de 2015–2024 son representativas de las condiciones futuras. Esta hipótesis es razonable dado el horizonte de 10 años analizado, pero no ha sido sometida a prueba prospectiva. La única forma de evaluar definitivamente si el modelo genera mejoras reales y no simplemente mejoras sobre un contrafactual histórico imperfecto, es implementarlo en un ciclo de planificación real y comparar los resultados operacionales con los obtenidos bajo la planificación empírica en el mismo período.

Modelo de un único supervisor. La formulación desarrollada trata al supervisor como un agente único con capacidad ilimitada en el número de supervisiones diarias, excepto por la restricción de cobertura que limita a 1 la supervisión máxima por día. En la realidad operacional, el equipo de supervisores puede ser heterogéneo: supervisores con distintos territorios asignados o especializaciones y la coordinación entre supervisores introduce restricciones adicionales no capturadas en el modelo actual. Esta simplificación fue explícita y justificada en el diseño, pero limita la generalización directa a organizaciones con estructuras de supervisión más complejas.

8.12 Líneas de trabajo futuro: una agenda de investigación

Los resultados y las limitaciones identificadas convergen hacia una agenda de investigación estructurada en tres horizontes temporales.

Horizonte inmediato. Las extensiones más directamente disponibles son: (i) la implementación del análisis de sensibilidad sobre los parámetros R^- y la restricción de cobertura, documentando el trade-off entre equidad y cobertura; (ii) la incorporación del término de efectividad residual acumulada (ecuación (8.1)) como segundo objetivo, generando la frontera de Pareto equidad–efectividad; (iii) la extensión a formulaciones robustas que incorporen la tasa de no-ejecución del 6,9% como distribución de probabilidad sobre disponibilidades, siguiendo el marco de [62]; y (iv) la evaluación prospectiva del modelo en un ciclo real de planificación, que permitiría obtener validez externa para los resultados empíricos presentados.

Horizonte medio. Las extensiones de mayor envergadura técnica incluyen: (i) la formulación multi-período con reoptimización dinámica, donde el plan anual se revisa periódicamente (trimestral o semestralmente) incorporando información actualizada sobre disponibilidades y desempeño; (ii) la incorporación de múltiples supervisores con especialización territorial, extendiendo el modelo a un problema de asignación

conjunta de asesores y supervisores; (iii) el análisis de escalabilidad en instancias sintéticas de mayor tamaño para establecer el límite práctico del enfoque exacto y diseñar enfoques híbridos cuando ese límite se alcance; y (iv) la evaluación del modelo en contextos análogos en otros sectores: home healthcare, auditoría financiera, supervisión educativa, para probar la transferibilidad del enfoque.

Horizonte largo. La agenda de investigación más ambiciosa incluye: (i) la evaluación sistemática del enfoque cuántico a medida que el hardware madure hacia TRL 7–8, con instancias de escala completa y suficientes muestras para comparación estadística robusta con el ILP; (ii) el desarrollo de formulaciones que integren aprendizaje de máquina para estimar parámetros del modelo como la tasa de decaimiento del efecto supervisión con optimización exacta, en la línea de los enfoques de *learning to optimize* emergentes en la literatura; y (iii) la evaluación empírica del impacto organizacional a largo plazo de la implementación del modelo, incluyendo medición de satisfacción del personal, calidad de la supervisión y retención de asesores bajo el nuevo sistema de planificación.

8.13 Síntesis del capítulo

Este capítulo ha desarrollado una interpretación crítica, extendida y multidimensional de los resultados presentados en el capítulo anterior. Los ejes centrales de la discusión pueden resumirse en seis proposiciones que sintetizan las contribuciones y sus alcances.

1. **El modelo ILP resuelve instancias de escala anual de forma óptima y eficiente**, explotando la estructura regular del problema y la potencia de las técnicas de presolve y branch-and-bound del solver Gurobi. La complejidad NP-hard del problema es una barrera teórica que no constituye un obstáculo práctico en el rango de instancias analizado.
2. **Las 436 violaciones históricas reflejan los límites de la racionalidad acotada**, no el descuido del planificador. El modelo actúa como una extensión cognitiva que gestiona la complejidad de restricciones simultáneas que excede la capacidad de atención humana sostenida.
3. **El enfoque QUBO-SA enfrenta limitaciones estructurales** derivadas de la representación de restricciones duras mediante penalizaciones y de la ausencia de garantías de convergencia asintótica en tiempos finitos. Estas limitaciones son inherentes a la formulación cuadrática en presencia de restricciones duras múltiples, no artefactos de calibración.

4. **El hardware cuántico fotónico se encuentra en TRL 4–5** para problemas de scheduling de escala operacional. El experimento con QCI Dirac-1 establece una baseline empírica valiosa para evaluar el progreso tecnológico futuro, más que una evaluación competitiva contemporánea.
5. **La correlación supervisión–desempeño abre una extensión natural de la función objetivo** hacia un modelo biobjetivo que incorpore efectividad residual temporal, una dimensión actualmente ignorada por la formulación de equidad pura.
6. **La adopción organizacional es el determinante práctico más relevante** del impacto a largo plazo del modelo. La excelencia técnica es condición necesaria pero no suficiente; la transparencia, la participación del planificador en la definición de restricciones, y la gestión del cambio son componentes críticos que la investigación futura debe abordar empíricamente.

En conjunto, los resultados de esta tesis posicionan la programación lineal entera como el paradigma más maduro y confiable para el problema de planificación de supervisión comercial en el contexto analizado, mientras identifican con precisión las condiciones bajo las cuales este veredicto podría revertirse: instancias de escala significativamente mayor, extensiones multiobjetivo de alta dimensionalidad, o contextos donde la incertidumbre estructural hace preferible la robustez probabilística sobre la optimalidad determinista.

9 Conclusiones

9.1 Síntesis de la investigación

Esta tesis partió de una observación empírica concreta: durante la década 2015–2024, el proceso de planificación manual de supervisión comercial en Integración AFAP acumuló 436 violaciones de restricciones operativas y mantuvo un coeficiente de Gini promedio de 0,30 en la distribución de visitas, sin que ninguna de las dos dimensiones mostrara tendencia a mejorar con el tiempo. La hipótesis subyacente que indicaba que la planificación informal fallaba no sólo por falta de control sino por complejidad combinatoria estructural fue la que guió el diseño de una solución basada en optimización matemática formal.

El trabajo desarrollado demostró que esa hipótesis era correcta y que sus implicaciones eran más profundas de lo anticipado. La formulación del problema como una adaptación del *Nurse Scheduling Problem* (NSP) con heterogeneidad geográfica discreta, gobernanza estricta de restricciones y equidad distributiva formalizada mediante el índice de Gini no solo resolvió el problema original: abrió una clase de variante del NSP no documentada en la literatura revisada, puso en evidencia las condiciones de gestión práctica de problemas NP-hard en instancias organizacionales reales, y generó evidencia empírica sobre las condiciones de madurez del hardware cuántico para esta clase de problema.

Los resultados cuantitativos son contundentes. El modelo ILP resolvió las diez instancias anuales con brecha de optimalidad nula, tiempos de cómputo menores a 21 segundos en hardware estándar, cero violaciones de restricciones y una reducción del 87,3% en el índice de Gini respecto al promedio histórico. La instancia de mayor complejidad (2019, 27 asesores, 10.765 restricciones activas) fue resuelta en 20,10 s, explorando solo 13.358 nodos de un árbol branch-and-bound cuyo tamaño teórico supera $O(2^{10,611})$. Este contraste entre complejidad teórica y eficiencia empírica constituye, por sí mismo, un resultado de interés para la literatura sobre instancias estructuradas de ILP.

9.2 Conclusiones por pregunta de investigación

La investigación se articuló en torno a tres preguntas diferenciadas, cada una de las cuales recibe una respuesta clara a partir de la evidencia acumulada.

9.2.1 ¿Es posible construir calendarios de supervisión que sean simultáneamente factibles, equitativos y computacionalmente manejables?

La respuesta es afirmativa, con precisión técnica sobre las condiciones de cada atributo. *Factibilidad* se alcanza modelando todas las restricciones regulatorias y logísticas como restricciones duras, sin penalizaciones de incumplimiento. Este enfoque de *gobernanza estricta* que es diferente de la práctica mayoritaria en la literatura de NSP, que acepta violaciones controladas de restricciones blandas, es apropiado para sectores supervisados donde el incumplimiento normativo tiene consecuencias institucionales directas. La eliminación total de violaciones en las diez instancias históricas valida tanto la corrección del modelo como la pertinencia de esta elección metodológica.

Equidad distributiva se incorpora como función objetivo mediante el coeficiente de Gini linealizado, que minimiza la dispersión en el total de visitas recibidas por cada asesor a lo largo del año. La reducción del Gini de 0,30 a 0,04 promedio que es equivalente a pasar de una distribución de inequidad moderada-alta a una distribución prácticamente uniforme, demuestra que la equidad matemáticamente formalizada es un atributo alcanzable, no una aspiración de compromiso. Esta conclusión tiene implicaciones normativas: la inequidad histórica no era inherente al problema, sino consecuencia de la ausencia de un mecanismo formal de minimización.

Es Computacionalmente manejable y se verifica empíricamente para el rango de instancias analizado (18–27 asesores, horizonte anual). La complejidad NP-hard del problema, probada por reducción desde el NSP clásico, establece que no existe garantía teórica de eficiencia para todas las instancias posibles. Sin embargo, la evidencia muestra que las instancias reales exhiben una estructura regular: patrones periódicos, restricciones con simetría anual, equipos de tamaño moderado, que los solvers modernos explotan mediante presolve y branch-and-bound para alcanzar tiempos de cómputo compatibles con uso rutinario. La compresión del 73 % lograda por el presolve en la instancia 2019 es evidencia directa de esta explotación estructural.

9.2.2 ¿Qué paradigma computacional es más adecuado para este problema?

La comparación sistemática entre ILP, QUBO–Simulated Annealing y quantum annealing fotónico lleva a una conclusión estratificada que distingue el momento actual del horizonte tecnológico futuro.

En el presente, el modelo ILP es el único paradigma que satisface los tres atributos requeridos de forma simultánea: optimalidad garantizada, factibilidad completa y eficiencia temporal. El enfoque QUBO-SA, aunque formalmente equivalente como representación del problema, enfrenta una limitación estructural que no es de calibración sino de arquitectura: la representación de restricciones duras mediante penalizaciones en la función objetivo QUBO no garantiza que la solución de menor energía sea factible. En presencia de múltiples restricciones duras interactuantes, la superficie de energía del espacio QUBO presenta óptimos locales infactibles que el Simulated Annealing no puede abandonar sistemáticamente sin garantías de convergencia asintótica en tiempos finitos. Esta limitación es inherente a la formulación cuadrática en contextos de gobernanza estricta, no un artefacto evitable mediante ajuste de parámetros.

En perspectiva temporal, el experimento exploratorio con el hardware cuántico fotónico QCI Dirac-1 establece que este paradigma se encuentra en el nivel TRL 4-5 para instancias de scheduling de escala operacional. El dispositivo obtuvo, sobre la instancia toy (5 asesores, 80 días), un índice de Gini de 0,11 frente a 0,18 de Gurobi-QP, sugiriendo que el hardware cuántico puede explorar regiones del espacio de soluciones que los métodos deterministas no alcanzan fácilmente. Sin embargo, esta ventaja en equidad se obtuvo con dos restricciones duras incumplidas y solo 55 % de cobertura, lo que indica que el trade-off entre calidad de objetivo y factibilidad no está resuelto para instancias con múltiples restricciones activas. El resultado más valioso del experimento no es el desempeño comparativo sino la identificación de los requerimientos mínimos: densidad de conectividad del grafo QUBO, precisión de coeficientes, número de muestras estadísticamente suficiente, que el hardware deberá satisfacer para alcanzar paridad competitiva con el ILP.

9.2.3 ¿Puede la optimización matemática transformar procesos de planificación informal en sistemas auditables y equitativos?

La evidencia acumulada en esta tesis responde afirmativamente, con tres calificaciones importantes. *Primera*: la transformación es técnicamente exitosa pero organizacionalmente incompleta hasta que el modelo sea implementado en un ciclo real de planificación y su adopción por parte del coordinador comercial sea evaluada prospectivamente. *Segunda*: la auditabilidad del sistema no proviene solo de la optimalidad matemática, sino de que cada restricción del modelo tiene una justificación operativa y normativa documentada, lo que hace que las decisiones del planificador automatizado sean explicables a la Superintendencia de Servicios Financieros (SSF) en los términos

de su propio marco regulatorio. *Tercera*: la equidad distribuida por el modelo es de naturaleza distinta a la equidad percibida por los asesores; esta tesis garantiza equidad objetiva en el conteo de visitas, pero no incorpora preferencias individuales, lo cual constituye tanto una simplificación deliberada como una limitación que la investigación futura deberá abordar para maximizar la aceptación organizacional del sistema.

9.3 Contribuciones de la investigación

Las contribuciones de esta tesis se distribuyen en tres planos diferenciados que conviene precisar al cierre del trabajo.

9.3.1 Contribuciones a la teoría de la optimización

La formulación del problema de supervisión comercial con heterogeneidad geográfica discreta: visitas de un día para asesores metropolitanos y bloques de tres días consecutivos para asesores del interior, representa una clase de asimetría de visita cuya caracterización matemática no aparece documentada en la literatura de scheduling revisada. A diferencia de los modelos de *home health scheduling*, donde la duración de la visita es constante y el tiempo de desplazamiento es continuo, el problema analizado define la duración como una variable discreta determinada categóricamente por la ubicación del agente, generando restricciones de bloque entero ($S2-S3$) sin análogo directo en los modelos estándar. Esta distinción no es de grado sino de tipo, y su formulación como restricción dura dentro de un modelo ILP con función objetivo de equidad constituye una extensión genuina del estado del arte.

La demostración de que el coeficiente de Gini puede incorporarse como función objetivo dentro de un modelo de factibilidad estricta para scheduling de supervisión —mediante la linealización $\Delta_{a,b} \geq |d_a - d_b|$ que introduce $O(|A|^2)$ variables y restricciones auxiliares— establece un precedente metodológico para la formalización de la equidad distributiva en problemas de asignación en sectores regulados. El coeficiente de Jain y la desviación media absoluta son alternativas válidas en entornos distintos, pero la elección del Gini en este contexto está sustentada tanto en sus propiedades axiomáticas como en su interpretabilidad institucional.

La comparación empírica sistemática entre ILP, QUBO-SA y quantum annealing fotónico sobre instancias organizacionales reales contribuye a un campo de evaluación aún escaso en la literatura: la mayoría de los trabajos que comparan paradigmas clásicos y cuánticos en combinatoria lo hacen sobre instancias sintéticas diseñadas para maximizar la ventaja cuántica. La contribución de esta tesis es precisamente

la contraria: evaluar cuándo, en condiciones organizacionales reales, el paradigma cuántico no es aún competitivo, y documentar con precisión las razones estructurales de esa limitación.

9.3.2 Contribuciones a la práctica organizacional

El modelo ILP desarrollado es un sistema de soporte a la decisión de planificación directamente implementable: ha sido validado sobre diez años de datos históricos reales, produce calendarios en tiempos compatibles con uso rutinario en hardware estándar, y está formulado en términos que pueden ser auditados de forma independiente. La eliminación de 436 violaciones acumuladas de restricciones y la reducción del 87,3% en el índice de Gini no son mejoras marginales sobre el proceso anterior; representan una discontinuidad cualitativa en las propiedades del sistema de planificación.

El marco metodológico documentado: formulación del NSP adaptado, elección y linealización de la métrica de equidad, protocolo de validación comparativa contra línea base histórica, es transferible a organizaciones que enfrenten estructuras funcionalmente equivalentes. Los candidatos más directos son las entidades en sectores que combinan distribución territorial asimétrica con obligaciones normativas de supervisión: auditoría financiera, inspección educativa, supervisión de calidad en servicios de salud, y gestión de equipos técnicos en utilidades de campo. La condición de transferibilidad no se limita a empresas con las características de una AFAP, sino que es extendible a empresas con la presencia de heterogeneidad geográfica discreta en la duración de la visita y la necesidad de factibilidad regulatoria estricta.

9.3.3 Contribuciones a la evaluación de madurez tecnológica cuántica

El experimento con QCI Dirac-1 genera una baseline empírica sobre el desempeño del hardware cuántico fotónico en problemas de scheduling con restricciones duras múltiples. Esta baseline tiene valor independiente del veredicto comparativo: en ausencia de datos empíricos calibrados sobre instancias reales, las proyecciones de madurez del hardware cuántico para problemas de combinatoria se apoyan principalmente en resultados sobre instancias sintéticas cuyos perfiles de restricciones difieren sustancialmente de los problemas organizacionales. Los requerimientos identificados en esta tesis, mayor densidad de conectividad del grafo QUBO, mecanismos de control de factibilidad independientes de la función objetivo, mayor número de muestras para evaluación estadística robusta, constituyen especificaciones técnicas concretas que pueden orientar decisiones de adopción tecnológica futura.

9.4 Limitaciones y su impacto en la interpretación de los resultados

Las tres limitaciones identificadas en esta tesis no son defectos de ejecución sino decisiones de diseño con consecuencias interpretativas que conviene precisar al cierre.

La *base empírica de un único caso* implica que los resultados cuantitativos tales como tiempos de cómputo, valores del índice de Gini, tasas de reducción son válidos para el rango de instancias analizado (18–27 asesores, horizonte anual) pero no pueden extrapolarse a escala significativamente mayor sin análisis adicional de escalabilidad. La variación natural del tamaño del equipo entre 2015 y 2024 proporciona una exploración parcial de ese espacio (de 18 a 27 agentes), pero los límites prácticos del enfoque exacto para instancias de 50 o 100 agentes son desconocidos y no pueden inferirse directamente de los resultados presentados.

La *evaluación cuántica sobre un único dispositivo en un estado tecnológico específico* implica que los resultados del experimento con QCI Dirac-1 son diagnósticos de una generación de hardware y no evaluaciones definitivas de las capacidades del paradigma. La tecnología cuántica fotónica evoluciona a una tasa que hace que los resultados de 2024 puedan ser cualitativamente diferentes de los que se obtendrían con dispositivos de 2027 o 2030. Esta limitación no reduce el valor de la baseline establecida; la amplifica, pues hace que esa baseline sea el punto de referencia necesario para cuantificar el progreso futuro.

La *ausencia de preferencias individuales* en el modelo refleja la primacía del principio de gobernanza estricta, pero introduce una asimetría entre equidad objetiva y satisfacción percibida. Un modelo que distribuye visitas con Gini de 0,04 pero ignora que ciertos asesores prefieren visitas concentradas en determinados períodos del año puede generar resistencia a la adopción incluso cuando su desempeño técnico es superior al del proceso informal. Esta tensión entre optimización global y aceptación individual es estructural en los sistemas de scheduling automatizados y requiere abordaje empírico en la fase de implementación.

9.5 Líneas de investigación futura

Las limitaciones identificadas, los resultados obtenidos y las preguntas abiertas en la discusión convergen hacia varias líneas de investigación.

Actualmente, la prioridad es la validación prospectiva del modelo en un ciclo real de planificación, que permitirá obtener evidencia sobre la efectividad operacional real

no solo sobre la mejora respecto al contrafactual histórico y sobre la aceptación del sistema por parte del coordinador comercial y los asesores. Paralelamente, la extensión hacia un modelo biobjetivo que incorpore la efectividad residual acumulada como segundo criterio junto al Gini generará la frontera de Pareto equidad–efectividad, proporcionando al tomador de decisiones un instrumento más rico que la optimización de un único objetivo.

La línea más prometedora es la extensión multi-supervisor con especialización territorial, que elevaría el modelo a un problema de asignación conjunta agente–supervisor y ampliaría su ámbito de aplicabilidad a organizaciones con estructuras de campo más complejas. En paralelo, el análisis de escalabilidad en instancias sintéticas de mayor tamaño permitirá establecer el límite práctico del enfoque exacto y diseñar enfoques híbridos: combinando ILP con metaheurísticas como ALNS o búsqueda tabú, para cuando ese límite se alcance. La evaluación del modelo en sectores análogos (auditoría financiera, supervisión educativa, control de calidad) proporcionará la evidencia de transferibilidad necesaria para elevar el marco metodológico de caso de estudio a buena práctica generalizable.

La agenda más ambiciosa es la evaluación sistemática del paradigma cuántico a medida que el hardware alcance los niveles TRL 7–8 para scheduling de escala operacional. Cuando ese umbral se alcance, la baseline establecida en esta tesis será el punto de referencia para cuantificar la ventaja cuántica neta sobre instancias reales que es una comparación que la literatura actual no puede hacer con rigor porque el hardware disponible no alcanza todavía la escala necesaria. La integración de técnicas de Machine Learning para estimar parámetros endógenos del modelo (tasa de decaimiento del efecto supervisión, probabilidades de no-ejecución) representa una extensión natural hacia enfoques de *learning to optimize* que combinan inferencia estadística con optimización exacta.

9.6 Reflexión final

Esta tesis comenzó con una observación sobre los límites de la racionalidad acotada en un entorno organizacional concreto y terminó con una proposición sobre la naturaleza de esos límites. Las 436 violaciones de restricciones acumuladas durante una década no reflejan la incapacidad del planificador para gestionar pares de restricciones aisladas; reflejan la imposibilidad cognitiva de gestionar simultáneamente nueve o diez clases de restricciones interdependientes sobre un horizonte de 365 días y 18–27 agentes, sin soporte algorítmico. Este es, precisamente, el tipo de problema para el que la optimización matemática fue desarrollada.

El resultado más significativo de esta investigación no es el número: 87,3% de reducción en el índice de Gini, cero violaciones, 7,03 segundos de cómputo promedio. El resultado más significativo es la transformación del proceso: de un sistema que producía calendarios ejecutables pero no auditables, no equitativos y no verificables en sus propiedades normativas, a un sistema que produce calendarios cuyas propiedades son matemáticamente garantizadas, reproducibles e independientes de la disponibilidad o el estado de conocimiento del planificador en cualquier momento dado. Esta transformación convierte la planificación de supervisión de un proceso opaco en un mecanismo de gobernanza institucional con propiedades verificables, algo que adquiere especial relevancia en un sector cuya razón de ser es la gestión fiduciaria de los ahorros previsionales de miles de trabajadores uruguayos.

La contribución cuántica de esta tesis es, intencionalmente, modesta. No se afirma que el quantum annealing es competitivo hoy para esta clase de problema; la evidencia indica lo contrario. Se afirma que hay condiciones bajo las cuales podría serlo en el futuro, y que esas condiciones han sido identificadas con suficiente precisión como para que la investigación futura pueda evaluarlas de forma rigurosa cuando el hardware lo permita. Esta precisión en el diagnóstico negativo es, en ciencias de la computación aplicada, tan valiosa como un diagnóstico positivo sobre tecnologías maduras.

La optimización no reemplaza al planificador; lo libera para operar en la capa del problema donde el juicio humano es insustituible: la negociación de los parámetros del modelo con los actores organizacionales, la interpretación de los resultados en su contexto institucional, y la adaptación del sistema cuando las condiciones del entorno cambien de maneras que ningún modelo puede anticipar por completo. Esta complementariedad entre optimización formal y racionalidad práctica es, en última instancia, la proposición central que esta tesis busca demostrar.

Esta tesis fue desarrollada con datos reales de Integración AFAP correspondientes al período 2015–2024. Todos los resultados empíricos reportados corresponden a instancias históricas verificadas contra los registros originales de planificación de la organización.

Bibliografía

- [1] A. Ernst, H. Jiang, M. Krishnamoorthy, and D. Sier, “Staff scheduling and rostering: A review of applications, methods and models,” *European Journal of Operational Research*, vol. 153, pp. 3–27, 02 2004.
- [2] C. Barnhart, E. L. Johnson, G. L. Nemhauser, M. W. P. Savelsbergh, and P. H. Vance, “Branch-and-price: Column generation for solving huge integer programs,” *Oper. Res.*, vol. 46, no. 3, p. 316–329, Mar. 1998.
- [3] J. A. Castillo-Salazar, D. Landa-Silva, and R. Qu, “Workforce scheduling and routing problems: literature survey and computational study,” *Annals of Operations Research*, vol. 239, no. 1, pp. 39–67, April 2016. [Online]. Available: https://ideas.repec.org/a/spr/annopr/v239y2016i1d10.1007_s10479-014-1687-2.html
- [4] E. Burke, P. De Causmaecker, G. Vanden Berghe, and H. Van Landeghem, “The state of the art of nurse rostering,” *J. Scheduling*, vol. 7, pp. 441–499, 11 2004.
- [5] J. Van den Bergh, J. Beliën, P. Bruecker, E. Demeulemeester, and L. De Boeck, “Personnel scheduling: A literature review,” *European Journal of Operational Research*, vol. 226, p. 367–385, 05 2013.
- [6] M. S. Rasmussen, T. Justesen, A. Dohn, and J. Larsen, “The home care crew scheduling problem: Preference-based visit clustering and temporal dependencies,” *European Journal of Operational Research*, vol. 219, no. 3, pp. 598–610, None 2012. [Online]. Available: <https://ideas.repec.org/a/eee/ejores/v219y2012i3p598-610.html>
- [7] C. Fikar and P. Hirsch, “Home health care routing and scheduling: A review,” *Computers & Operations Research*, vol. 77, pp. 86–95, 01 2017.
- [8] V. Boyer, B. Gendron, and L.-M. Rousseau, “A branch-and-price algorithm for the multi-activity multi-task shift scheduling problem,” *J. of Scheduling*, vol. 17, no. 2, p. 185–197, Apr. 2014. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1007/s10951-013-0338-9>
- [9] M. Defraeye and I. Van Nieuwenhuysse, “Staffing and scheduling under non-stationary demand for service: A literature review,” *Omega*, vol. 58, pp. 4–25, 2016.
- [10] F. Glover, G. Kochenberger, R. Hennig, and Y. Du, “Quantum bridge analytics i: a tutorial on formulating and using qubo models,” *Annals of Operations Research*, vol. 314, 07 2022.

- [11] S. Yarkoni, E. Raponi, T. Bäck, and S. Schmitt, “Quantum annealing for industry applications: introduction and review,” *Reports on Progress in Physics*, vol. 85, no. 10, p. 104001, Sep. 2022. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1088/1361-6633/ac8c54>
- [12] P. Brucker, *Scheduling Algorithms*, 5th ed. Springer, 2007.
- [13] Gurobi Optimization, LLC, *Gurobi Optimizer Reference Manual*, 2023, available at: <https://www.gurobi.com>.
- [14] G. Kochenberger, J.-K. Hao, F. Glover, M. Lewis, Z. Lü, H. Wang, and Y. Wang, “The unconstrained binary quadratic programming problem: A survey,” *Journal of Combinatorial Optimization*, vol. 28, pp. 58–81, 2014.
- [15] T. Kadowaki and H. Nishimori, “Quantum annealing in the transverse ising model,” *Physical Review E*, vol. 58, no. 5, pp. 5355–5363, 1998.
- [16] F. Hillier and G. Lieberman, *Introduction to operations research*, 10th ed. McGraw-Hill Education, 2015.
- [17] G. B. Dantzig, *Linear Programming and Extensions*. Princeton: Princeton University Press, 1963.
- [18] M. Gendreau and J.-Y. Potvin, Eds., *Handbook of Metaheuristics*, 2nd ed. Boston: Springer, 2010.
- [19] D. M. Warner, “Scheduling nursing personnel according to nursing preference: A mathematical programming approach,” *Operations Research*, vol. 24, no. 5, pp. 842–856, 1976.
- [20] T. Osogami and H. Imai, “Classification of various neighborhood operations for the nurse scheduling problem,” in *Lecture Notes in Computer Science*, vol. 1969, 12 2000, pp. 72–83.
- [21] M. T. Cezik and P. L’Ecuyer, “Staffing multiskill call centers via linear programming and simulation,” *Management Science*, vol. 54, no. 2, pp. 310–323, 2008.
- [22] S. Çakirgil, E. Yücel, and G. Kuyzu, “An integrated solution approach for multi-objective, multi-skill workforce scheduling and routing problems,” *Computers & Operations Research*, vol. 118, p. 104908, 2020. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054820300253>
- [23] S. Martin, D. Ouelhadj, P. Smet, G. Vanden Berghe, and E. Ozcan, “Fairness in nurse rostering,” *Journal of the Operational Research Society*, vol. 70, no. 6, pp. 862–878, 2019.

- [24] R. Jain, D. M. Chiu, and H. WR, “A quantitative measure of fairness and discrimination for resource allocation in shared computer systems,” Eastern Research Laboratory, Digital Equipment Corporation (DEC), Tech. Rep., 01 1998.
- [25] C. Gini, “Measurement of inequality of incomes,” *The Economic Journal*, vol. 31, no. 121, pp. 124–126, 1921.
- [26] V. X. Chen and J. N. Hooker, “A guide to formulating fairness in an optimization model,” *Annals of Operations Research*, vol. 328, no. 1, pp. 245–282, 2023. [Online]. Available: <https://johnhooker.tepper.cmu.edu/equityGuideAOR3post.pdf>
- [27] D. Bertsimas, V. Farias, and N. Trichakis, “The price of fairness,” *Operations Research*, vol. 59, pp. 17–31, 02 2011.
- [28] Banco Central del Uruguay, “Recopilación de normas de control de fondos previsionales,” Banco Central del Uruguay, Tech. Rep., 2020, normativa sobre Administradoras de Fondos de Ahorro Previsional. [Online]. Available: <https://www.bcu.gub.uy/Acerca-de-BCU/Normativa/Documents/Reordenamiento%20de%20la%20Recopilaci%C3%B3n/Afap/RNCFP.pdf>
- [29] C. Rudin, “Stop explaining black box machine learning models for high stakes decisions and use interpretable models instead,” 2019. [Online]. Available: <https://arxiv.org/abs/1811.10154>
- [30] H. Simon, “A behavioral model of rational choice,” *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 69, no. 1, pp. 99–118, 1955. [Online]. Available: <https://EconPapers.repec.org/RePEc:oup:qjecon:v:69:y:1955:i:1:p:99-118>.
- [31] J. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence*. University of Michigan Press, 1975. [Online]. Available: <https://books.google.com.uy/books?id=Qk5RAAAAMAAJ>
- [32] F. Glover and M. Laguna, *Tabu Search*, ser. International Series in Operations Research & Management Science. Boston: Springer, 1998. [Online]. Available: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-1-4615-6089-0>
- [33] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, and M. P. Vecchi, “Optimization by simulated annealing,” *Science*, vol. 220, no. 4598, pp. 671–680, 1983.
- [34] D. M. Warner, “Scheduling nursing personnel according to nursing preference: A mathematical programming approach,” *Operations Research*, vol. 24, no. 5, pp. 842–856, 1976. [Online]. Available: <https://EconPapers.repec.org/RePEc:inm:oropre:v:24:y:1976:i:5:p:842-856>

- [35] D. Sitompul and S. Randhawa, “Nurse scheduling models: a state-of-the-art review,” *Journal of the Society for Health Systems*, vol. 2, no. 1, p. 62–72, 1990. [Online]. Available: <http://europepmc.org/abstract/MED/2132334>
- [36] U. Aickelin and K. A. Dowsland, “An indirect genetic algorithm for a nurse-scheduling problem,” *Computers & Operations Research*, vol. 31, no. 5, pp. 761–778, 2004. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054803000340>
- [37] J. M. Thompson and K. A. Dowsland, “A robust simulated annealing based examination timetabling system,” *Computers & Operations Research*, vol. 25, no. 7, pp. 637–648, 1998. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054897001019>
- [38] H. W. Purnomo and J. F. Bard, “Cyclic preference scheduling for nurses using branch and price,” *Naval Research Logistics (NRL)*, vol. 54, no. 2, pp. 200–220, 2007.
- [39] E. Özcan and C. Başaran, “A case study of memetic algorithms for constraint optimization,” *Soft Computing*, vol. 13, no. 8, pp. 871–882, 2009.
- [40] E. K. Burke, M. Gendreau, M. Hyde, G. Kendall, G. Ochoa, E. Özcan, and R. Qu, “Hyper-heuristics: A survey of the state of the art,” *Journal of the Operational Research Society*, vol. 64, no. 12, pp. 1695–1724, 2013.
- [41] S. Ropke and D. Pisinger, “An adaptive large neighborhood search heuristic for the pickup and delivery problem with time windows,” *Transportation science*, vol. 40, no. 4, pp. 455–472, 2006.
- [42] P. Aboagye-Sarfo, Q. Mai, F. M. Sanfilippo, D. B. Preen, L. M. Stewart, and D. M. Fatovich, “A comparison of multivariate and univariate time series approaches to modelling and forecasting emergency department demand in western australia,” *Journal of Biomedical Informatics*, vol. 57, pp. 62–73, 2015.
- [43] X. Han, Y. Peng, L. Lian, and W. Liu, “Improving emergency department efficiency by patient scheduling using deep reinforcement learning,” *IEEE Access*, vol. 8, pp. 120 333–120 347, 2020. [Online]. Available: <https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC7349722/>
- [44] Y. Bengio, A. Lodi, and A. Prouvost, “Machine learning for combinatorial optimization: a methodological tour d’horizon,” 2020. [Online]. Available: <https://arxiv.org/abs/1811.06128>
- [45] Q. Cappart, T. Moisan, L.-M. Rousseau *et al.*, “Combining reinforcement learning and constraint programming for combinatorial optimization,” 2020. [Online]. Available: <https://arxiv.org/abs/2006.01610>

- [46] A. Lucas, “Ising formulations of many np problems,” *Frontiers in Physics*, vol. 2, 2014. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.3389/fphy.2014.00005>
- [47] D-Wave Systems Inc., “Technical description of the d-wave quantum processing unit: User manual,” D-Wave Systems Inc., Tech. Rep., 2023. [Online]. Available: <https://es.scribd.com/document/482080141/09-1109A-M-Technical-Description-of-DW-QPU>
- [48] D. Venturelli, D. J. J. Marchand, and G. Rojo, “Quantum annealing implementation of job-shop scheduling,” *arXiv preprint*, 2015, arXiv:1506.08479.
- [49] T. D. Tambunan, A. B. Suksmono, I. J. M. Edward, and R. Mulyawan, “Quantum annealing for vehicle routing problem with weighted segment,” 2022. [Online]. Available: <https://arxiv.org/abs/2203.13469>
- [50] K. Ikeda, Y. Nakamura, and T. S. Humble, “Application of quantum annealing to nurse scheduling problem,” *Scientific Reports*, vol. 9, no. 1, Sep. 2019. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1038/s41598-019-49172-3>
- [51] A. A. Kovács, S. N. Parragh, K. F. Doerner, and R. F. Hartl, “Adaptive large neighborhood search for service technician routing and scheduling problems,” *Journal of Scheduling*, vol. 15, pp. 579–600, 2012.
- [52] A. Dohn, E. Kolind, and J. Clausen, “The manpower allocation problem with time windows and job-teaming constraints: A branch-and-price approach,” *Computers & Operations Research*, vol. 36, no. 4, pp. 1145–1157, 2009.
- [53] M. Drexl, “Synchronization in vehicle routing — a survey of VRPs with multiple synchronization constraints,” *Transportation Science*, vol. 46, no. 3, pp. 297–316, 2012.
- [54] A. Legrain, J. Omer, and S. Rosat, “An online stochastic algorithm for a dynamic nurse scheduling problem,” *European Journal of Operational Research*, vol. 285, no. 1, pp. 196–210, 2020. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221718308038>
- [55] P. Rerkjirattikal, V.-N. Huynh, S. Olapiriyakul, and T. Supnithi, “A goal programming approach to nurse scheduling with individual preference satisfaction,” *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2020, no. 1, p. 2379091, 2020. [Online]. Available: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1155/2020/2379091>
- [56] A. Rais and A. Viana, “Operations research in healthcare: a survey,” *International Transactions in Operational Research*, vol. 18, no. 1, pp. 1–31, 2011. [Online]. Available: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1475-3995.2010.00767.x>

- [57] M. R. Garey and D. S. Johnson, *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*. W. H. Freeman, 1979.
- [58] T. Osogami and H. Imai, “Classification of various neighborhood operations for the nurse scheduling problem,” in *Algorithms and Computation (ISAAC 2000)*, ser. Lecture Notes in Computer Science, vol. 1969. Springer, 2000, pp. 72–83.
- [59] D-Wave Systems Inc., *dwave-neal Documentation*, Dec. 2021, release 0.5.9. [Online]. Available: <https://app.readthedocs.com/projects/d-wave-systems-dwave-neal/downloads/pdf/stable/>
- [60] J. C. Mankins, “Technology readiness levels,” NASA, Advanced Concepts Office, Office of Space Access and Technology, Washington, DC, Tech. Rep., April 1995, white Paper. [Online]. Available: https://www.artemisinnovation.com/images/TRL_White_Paper_2004-Edited.pdf
- [61] C. C. McGeoch and C. Wang, “Experimental evaluation of an adiabatic quantum system for combinatorial optimization,” in *ACM International Conference on Computing Frontiers*. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2013, presentado en Ischia, Italia, 14-16 de mayo de 2013. [Online]. Available: <https://dl.acm.org/doi/epdf/10.1145/2482767.2482797>
- [62] D. Bertsimas, D. B. Brown, and C. Caramanis, “Theory and applications of robust optimization,” *SIAM Review*, vol. 53, no. 3, pp. 464–501, 2011, disponible en: <https://dspace.mit.edu/handle/1721.1/66198>. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1137/080734510>
- [63] M. Polanyi, *The Tacit Dimension*. Garden City, NY: Doubleday & Company, 1966, reimpresso en 1967 por Anchor Books. La cita “we can know more than we can tell” aparece en la p. 4. [Online]. Available: <https://archive.org/details/tacitdimension00pola>
- [64] G. A. Klein, *Sources of Power: How People Make Decisions*. Cambridge, MA: MIT Press, 1998, existen reimpressiones en 1999 y ediciones posteriores. El estudio original sobre toma de decisiones en bomberos se realizó en 1985. [Online]. Available: <https://mitpress.mit.edu/books/sources-power>
- [65] E. A. Lind and T. R. Tyler, *The Social Psychology of Procedural Justice*, ser. Critical Issues in Social Justice. New York: Plenum Press, 1988. [Online]. Available: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-1-4899-2115-4>
- [66] M. Vanhoucke and B. Maenhout, “Nsplib – a nurse scheduling problem library: a tool to evaluate (meta-)heuristic procedures,” in *Operational Research for Health Policy: Making Better Decisions, Proceedings for the 31st Annual Meeting of the working group on Operations Research*

- Applied to Health Services*, S. Brailsford and P. Harper, Eds., 2007, pp. 151–165, la biblioteca está disponible en el sitio web del grupo de investigación de la Universidad de Gante. [Online]. Available: https://www.projectmanagement.ugent.be/research/personnel_scheduling/nsp
- [67] D. Venturelli, M. Do, B. O’Gorman, J. Frank, E. Rieffel, K. E. C. Booth, T. N. Nguyen, P. Narayan, and S. Nanda, “Quantum circuit compilation: An emerging application for automated reasoning,” in *Scheduling and Planning Applications Workshop (SPARK)*, ser. ICAPS 2019, 2019, disponible en Semantic Scholar. [Online]. Available: <https://www.semanticscholar.org/paper/6fcff8f1626c864b12ffc1e398ae9ab40cd12f0f>
- [68] E. van der Veen, “Personnel preferences in personnel planning and scheduling,” Ph.D. dissertation, University of Twente, Enschede, Netherlands, 2013. [Online]. Available: <https://research.utwente.nl/en/publications/personnel-preferences-in-personnel-planning-and-scheduling>
- [69] D. Kellogg and S. Walczak, “Nurse scheduling: From academia to implementation or not?” *Interfaces*, vol. 37, pp. 355–369, 08 2007.
- [70] A. Dohn, E. Kolind, and J. Clausen, “The manpower allocation problem with time windows and job-teaming constraints: A branch-and-price approach,” *Computers & Operations Research*, vol. 36, pp. 1145–1157, 2009. [Online]. Available: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:17147228>
- [71] S. Martin, D. Ouelhadj, P. Beullens, E. Ozcan, A. A. Juan, and E. K. Burke, “A multi-agent based cooperative approach to scheduling and routing,” *European Journal of Operational Research*, vol. 254, pp. 169–178, 2016. [Online]. Available: <https://ideas.repec.org/a/eee/ejores/v254y2016i1p169-178.html>
- [72] W. Gutjahr and M. Rauner, “An ACO algorithm for a dynamic regional nurse-scheduling problem in austria,” *Computers & Operations Research*, vol. 34, pp. 642–666, 03 2007.

